भौतिकी

अध्याय-8: ठोसों के यांत्रिक गुण

Fukey Education

ठोसों के यांत्रिक गुण

महत्वपूर्ण बिंदु -

- किसी वस्तु का पूर्णतया दृढ़ होने के लिए यंग प्रत्यास्थता गुणांक का मान अनंत होना चाहिए।
- रबड़ की अपेक्षा इस्पात (जैसे स्टील) की बनी वस्तु अधिक प्रत्यास्थ उत्पन्न करती है।
- संपीड्यता का एस आई मात्रक मीटर^2/न्यूटन होता है।
- विकृति का कोई मात्रक नहीं होता है यह एक मात्रकहीन राशि है।
- पायसन अनुपात का मान ठोस पदार्थों के लिए 0.5 से कम होना चाहिए।

पायसन अनुपात (प्वासो अनुपात)

पार्श्विक विकृति तथा अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को पायसन अनुपात (poisson ratio) कहते हैं। इसे σ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{पायसन अनुपात } \sigma = \frac{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

$$\sigma = \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\Delta D}{\Delta L} \times \frac{L}{D}}$$

संपीड्यता

किसी पदार्थ के आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (B) के व्युत्क्रम को उस पदार्थ की संपीड्यता (compressibility) कहते हैं। इसे β से प्रदर्शित करते हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\beta = \frac{1}{\text{आयतन प्रत्यास्थता गुणांक}}$$

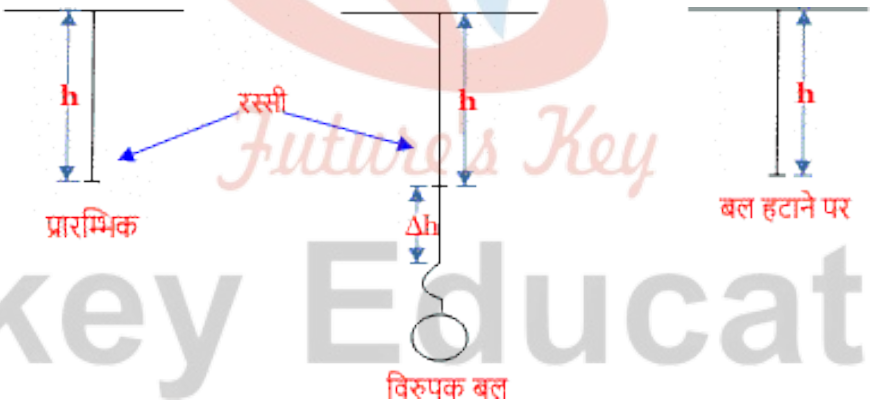
$$\boxed{\beta = \frac{1}{B}}$$

विरुपक बल

किसी वस्तु पर लगाया गया वह बाह्य बल, जिससे वस्तु का आकार, आकृति दोनों ही परिवर्तित हो जाते हैं इस बाह्य बल को विरुपक बल कहते हैं।
जब यह बल वस्तु पर से हटा दिया जाता है तो वस्तु अपनी प्रारंभिक अवस्था में आ जाती है।

प्रत्यास्थता

किसी वस्तु का वह गुण, जिसके कारण उस वस्तु पर लगाए गए विरुपक बल के द्वारा उत्पन्न आकार अथवा आकृति के परिवर्तन का विरोध करती है। और जैसे ही वस्तु से यह विरुपक बल हटा दिया जाता है। वस्तु अपनी प्रारंभिक अवस्था में वापस लौट आती है वस्तु के इस गुण को प्रत्यास्थता (elasticity) कहते हैं।



प्रत्यास्थता क्या है

प्रत्यास्थता के उदाहरण

1. जब हम रबड़ से बनी किसी डोरी को खींचते हैं तो उसकी आकार अथवा आकृति बदल जाती है। अर्थात उसकी लंबाई बढ़ जाती है। और मोटाई कम हो जाती है पर जैसे ही उस वस्तु को छोड़ दिया जाता है वह अपनी पुरानी अवस्था में ही आ जाती है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

2. इसी प्रकार जब किसी स्प्रिंग को किसी बाह्य बल द्वारा खींचा जाता है तो उसकी लंबाई में वृद्धि हो जाती है पर जैसे ही वह बाह्य बल स्प्रिंग से हटा दिया जाता है तो स्प्रिंग अपनी प्रारंभिक अवस्था में आ जाता है। इस गुण को ही प्रत्यास्थता कहते हैं।

प्रत्यास्थ वस्तुएं

वह वस्तुएं जो बाह्य बल (विरुपक बल) के हटा देने पर अपनी पुरानी अवस्था पूर्णतः (पूर्ण रूप से) प्राप्त कर लेती हैं। उन्हें प्रत्यास्थ वस्तुएं कहते हैं।

प्लास्टिक वस्तुएं

वह वस्तुएं जो विरुपक बल के हटा देने पर अपनी प्रारंभिक अवस्था में पूर्ण रूप से नहीं आ पाती हैं उन्हें प्लास्टिक वस्तुएं कहते हैं।

दृढ़ वस्तुएं

वह वस्तुएं जो विरुपक बल के हटा देने पर इनकी आकार और आकृतियों में कोई परिवर्तन नहीं होता है दृढ़ वस्तुएं कहते हैं। जैसे - मिट्टी, पत्थर, दीवार आदि।

प्रत्यास्थता की सीमा

ऊपर पढ़ा है कि प्रत्यास्थ वस्तुओं पर जैसे ही विरुपक बल को हटा दिया जाता है वह पूर्णतः अपनी पूर्व अवस्था को प्राप्त कर लेती हैं। लेकिन प्रत्यास्थता का गुण, विरुपक बल के एक निश्चित मान तक ही सीमित रहता है अगर उससे ज्यादा वस्तु पर विरुपक बल लगा दिया जाए तो वस्तु टूट भी सकती है। या वह वस्तु सदैव के लिए बढ़ सकती है। वह अपनी प्रारंभिक अवस्था में नहीं लौट आएगी।

अर्थात किसी वस्तु पर लगाए गए विरुपक बल की वह सीमा जिसके अंतर्गत वस्तु में प्रत्यास्थता का गुण उपस्थित रहता है उसे प्रत्यास्थता की सीमा (limit of elasticity) कहते हैं।

सबसे अधिक प्रत्यास्थता वाला पदार्थ

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

सबसे अधिक प्रत्यास्थता वाला पदार्थ स्टील होता है। रबर, स्टील से पीछे है प्रत्यास्थता के गुण में। क्योंकि रबड़ की अपेक्षा स्टील की प्रत्याशा की सीमा अधिक होती है इसलिए स्टील सर्वाधिक प्रत्यास्थ वाला पदार्थ है।

प्रतिबल

जब किसी वस्तु पर बाह्य बल (विरुपक बल) लगाया जाता है तो वस्तु के आकार अथवा आकृति में परिवर्तन हो जाता है। तथा वस्तुओं में आंतरिक प्रत्यानयन बल उत्पन्न हो जाता है जो वस्तु को पूर्व अवस्था में लाने का प्रयास करता है यह साम्यवस्था होती है। " साम्यवस्था में किसी वस्तु के एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले आंतरिक प्रत्यानयन बल को प्रतिबल कहते हैं।

माना साम्यवस्था में किसी वस्तु का क्षेत्रफल A तथा उस पर आरोपित बल F हो तो

$$\text{प्रतिबल} = \frac{\text{प्रत्यानयन बल}}{\text{क्षेत्रफल}}$$

$$\boxed{\text{प्रतिबल} = \frac{F}{A}}$$

प्रतिबल का मात्रक न्यूटन/मीटर^2 होता है। एवं इसका विमीय सूत्र [$ML^{-1}T^{-2}$] होता है। प्रतिबल का एक और मात्रक पास्कल होता है जिसे Pa से दर्शाया जाता है।

प्रतिबल के प्रकार

वस्तु पर लगने वाले बल के आधार पर प्रतिबल को दो भागों में बांटा गया है।
(1) अभिलंब प्रतिबल
(2) स्पर्श रेखीय या अपरूपण प्रतिबल

1. अभिलंब प्रतिबल

जब किसी वस्तु पर लगाया गया विरुपक बल उस वस्तु की सतह के लंबवत होता है तो उस वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को अभिलंब प्रतिबल (normal stress) कहते हैं।
वस्तु में होने वाले परिवर्तन के आधार पर अभिलंब प्रतिबल दो प्रकार के होते हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(a) तनन प्रतिबल

(b) संपीडन प्रतिबल

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(a) तनन प्रतिबल

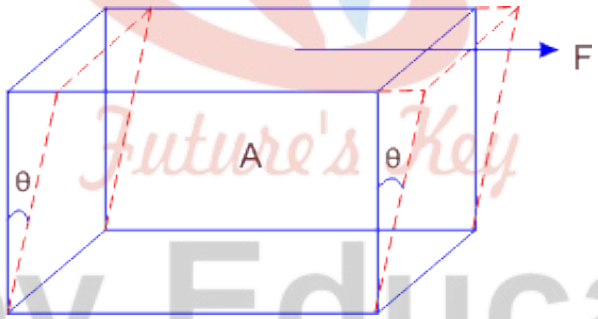
यदि किसी वस्तु पर विरुपक बल लगाने से उसकी लंबाई में वृद्धि होती है तो वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को तनन प्रतिबल कहते हैं। यदि l लंबाई की तथा A अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल की एक बेलनाकार छड है। जिसके दोनों सिरों पर बाहर की ओर बल लगाने से उसकी लंबाई में Δl की वृद्धि हो जाए तब बेलन में उत्पन्न तनन प्रतिबल $\frac{F}{A}$ होगा।

(b) संपीडन प्रतिबल

यदि किसी वस्तु पर विरुपक बल लगाने से उसकी लंबाई में कमी होती है तो वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल को संपीडन प्रतिबल कहते हैं।

2. स्पर्श रेखीय या अपरूपण प्रतिबल

जब किसी वस्तु की सतह पर विरुपक बल स्पर्श रेखीय दिशा या समांतर दिशा में लगाया जाता है तो वस्तु की आकृति परिवर्तित हो जाती है। जबकि वस्तु का आयतन अपरिवर्तित रहता है इस स्थिति में वस्तु के एकांक क्षेत्रफल पर कार्यरत आंतरिक प्रतिबल को स्पर्श रेखीय प्रतिबल या अपरूपण प्रतिबल (shearing stress) कहते हैं।



स्पर्श रेखीय या अपरूपण प्रतिबल

यदि किसी वस्तु का पृष्ठ क्षेत्रफल A है एवं इसकी सतह पर स्पर्श रेखीय बल F लगाने से वस्तु की प्रत्येक ऊर्ध्वाधर सतह θ कोणीय विस्थापित हो। तब वस्तु पर कार्यरत स्पर्श रेखीय बल $\frac{F}{A}$ होगा।

प्रतिबल एवं दाब में अंतर

किसी वस्तु के अनुप्रस्थ काट के एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले आंतरिक बल को प्रतिबल कहते हैं। जबकि किसी पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर कार्य करने वाले अभिलंबवत् बल को दाब कहते हैं।

Fukey Education

प्रत्यास्थता गुणांक

प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर प्रतिबल एवं विकृति के अनुपात को प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। इसे E से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{प्रत्यास्थता गुणांक} = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

प्रत्यास्थता गुणांक एक अनुक्रमानुपाती नियतांक है जो प्रतिबल और विकृति पर निर्भर करता है।

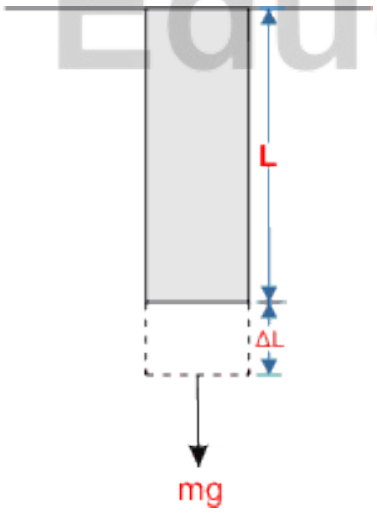
प्रत्यास्थता गुणांक के प्रकार

चूंकि प्रत्यास्थता गुणांक का मान प्रतिबल एवं विकृति के मानों पर निर्भर करता है अतः इसी आधार पर प्रत्यास्थता गुणांक को तीन भागों में बांटा गया है-

(1) यंग प्रत्यास्थता गुणांक
(2) आयतन प्रत्यास्थता गुणांक
(3) दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक

1. यंग प्रत्यास्थता गुणांक

प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर, अनुदैर्ध्य प्रतिबल एवं अनुदैर्ध्य विकृति के अनुपात को यंग प्रत्यास्थता गुणांक (Young's modulus) कहते हैं। इसे Y से प्रदर्शित करते हैं।



यंग प्रत्यास्थता गुणांक

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

माना L लंबाई तथा r त्रिज्या का एक तार है जो किसी आधार से लटका है जब तार के निचले सिरे से भार mg लटकाया जाता है। तो उसकी लंबाई में वृद्धि ∆l हो जाती हैं। तो

अनुदैर्ध्य प्रतिबल = $\frac{mg}{\pi r^2}$

तथा अनुदैर्ध्य विकृति = $\frac{\Delta l}{L}$

तब यंग प्रत्यास्थता गुणांक Y = $\frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$

$Y = \frac{mg/\pi r^2}{\Delta l/L}$

$$\boxed{Y = \frac{mgL}{\pi r^2 \Delta l}}$$

यंग प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मीटर^2 एवं विमीय सूत्र [$ML^{-1}T^{-2}$] होता है।

2. आयतन प्रत्यास्थता गुणांक

प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर, अभिलंब प्रतिबल तथा आयतन विकृति के अनुपात को आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (bulk modulus) कहते हैं। इसे B से प्रदर्शित करते हैं। माना किसी वस्तु का आयतन V है जब उस वस्तु पर दाब P लगाया जाता है तो उसके आयतन में ∆V का परिवर्तन हो जाता है। तो

अभिलंब प्रतिबल = P

आयतन विकृति = $\frac{\Delta V}{V}$

अतः आयतन प्रत्यास्थता गुणांक B = $\frac{\text{अभिलंब प्रतिबल}}{\text{आयतन विकृति}}$

$B = \frac{P}{\Delta V/V}$

$$\boxed{B = \frac{PV}{\Delta V}}$$

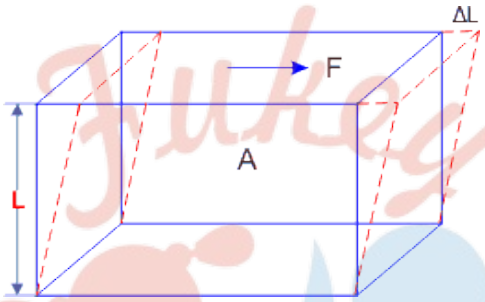
आयतन प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मीटर^2 एवं विमीय सूत्र [$ML^{-1}T^{-2}$] होता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

3. दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक

प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर, स्पर्श रेखीय प्रतिबल (अपरूपण प्रतिबल) तथा अपरूपण विकृति के अनुपात को दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक (modulus of rigidity) कहते हैं। इसे η से प्रदर्शित करते हैं।

माना A क्षेत्रफल की एक घनाकार ठोस है जब इस पर F स्पर्श रेखीय बल लगाया जाता है तो इस दशा में θ अपरूपण विकृति उत्पन्न हो जाती है। तब



दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक

अपरूपण प्रतिबल = F/A

अपरूपण विकृति = θ

अतः दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक $\eta = \frac{\text{अपरूपण प्रतिबल}}{\text{अपरूपण विकृति}}$

$$\eta = \frac{F)A}{\theta}$$

$$\boxed{\eta = \frac{F}{A\theta}}$$

दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक का मात्रक न्यूटन/मीटर^2 एवं विमीय सूत्र $[ML^{-1}T^{-2}]$ होता है।

विकृति

जब किसी वस्तु पर बाह्य बल आरोपित किया जाता है तो वस्तु के आकार अथवा आकृति में परिवर्तन हो जाता है एवं वस्तु विकृत अवस्था में आ जाती है। वस्तु के आकार अथवा रूप में होने वाले भिन्नात्मक परिवर्तन को विकृति (strain) कहते हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उदाहरण

जैसे किसी तार पर भार लटकाने पर उस तार की लंबाई बढ़ जाती है तब तार की लंबाई में होने वाली वृद्धि तथा प्रारंभिक लंबाई के अनुपात को तार की विकृति कहते हैं। अर्थात

$$\text{विकृति} = \frac{\text{लंबाई में वृद्धि}}{\text{प्रारंभिक लंबाई}}$$

विकृति का कोई मात्रक नहीं होता है यह मात्रकहीन राशि है एवं इसकी कोई विमा भी नहीं होती है यह विमाहीन राशि है।

विकृति के प्रकार

वस्तु पर लगाए गए विरुपक बल के आधार पर विकृति तीन प्रकार की होती है।

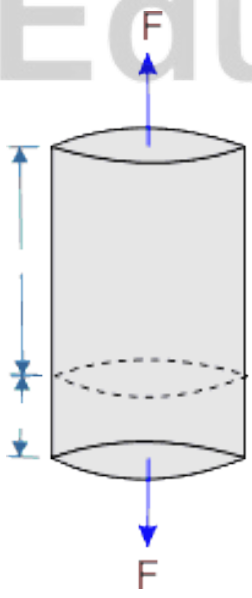
(1) अनुदैर्ध्य विकृति

(2) अपरूपण विकृति

(3) आयतन विकृति

1. अनुदैर्ध्य विकृति

जब किसी वस्तु पर बाह्य बल लगाकर खींचा जाता है तो उसकी लंबाई में वृद्धि हो जाती है तब वस्तु की एकांक लंबाई में होने वाले परिवर्तन को अनुदैर्ध्य विकृति (longitudinal strain) कहते हैं।



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

यदि किसी वस्तु की लंबाई L हो तथा उस पर बाह्य बल लगाकर लंबाई में वृद्धि ∆l कर दी जाए तो

अनुदैर्ध्य विकृति = $\frac{\Delta l}{L}$

2. अपरूपण विकृति

जब किसी वस्तु पर विरुपक बल स्पर्श रेखीय दिशा में लगाया जाता है तो वस्तु की आकृति में परिवर्तन हो जाता है। जबकि वस्तु का आयतन अपरिवर्तित रहता है इस स्थिति में वस्तु में उत्पन्न विकृति को अपरूपण विकृति (shearing strain) कहते हैं। किन्हीं दो फलकों की दूरी में वृद्धि (∆x) तथा उन फलकों के बीच प्रारंभिक लंबाई L के अनुपात को अपरूपण विकृति कहते हैं।

अपरूपण विकृति = $\frac{\Delta x}{L}$

3. आयतन विकृति

जब किसी वस्तु पर विरुपक बल लगाया जाता है तो वस्तु के आयतन में होने वाली वृद्धि तथा प्रारंभिक आयतन के अनुपात को आयतन विकृति कहते हैं।

यदि किसी वस्तु पर बाह्य बल लगाने से उसके आयतन में हुई वृद्धि ∆V हो, एवं वस्तु का प्रारंभिक आयतन V हो तो परिभाषा से

आयतन विकृति = $\frac{\text{आयतन परिवर्तन}}{\text{प्रारंभिक आयतन}}$

आयतन विकृति = $\frac{\Delta V}{V}$

उपरोक्त सूत्र से स्पष्ट होता है कि विकृति एक मात्रकहीन एवं विमाहीन राशि है।

हुक का नियम

प्रत्यास्थता की सीमा के भीतर किसी वस्तु पर कार्यरत प्रतिबल सदैव विकृति के अनुक्रमानुपाती होता है। यही हुक का नियम (Hooke's law) है। अर्थात

प्रतिबल ∝ विकृति

प्रतिबल = E × विकृति

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जहां E एक अनुक्रमानुपाती नियतांक है जिसे प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं। अर्थात

$$E = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}}$$

अतः किसी वस्तु पर आरोपित प्रतिबल एवं उसमें उत्पन्न विकृति के अनुपात को प्रत्यास्थता गुणांक कहते हैं।

प्रत्यास्थता गुणांक का मान वस्तु के प्रतिबल एवं विकृति पर निर्भर करता है। प्रत्यास्थता गुणांक का मान जितना अधिक होगा वस्तु उतनी ही अधिक प्रत्यास्थ होगी।

Fukey Future's Key
Fukey Education

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 254-256)

प्रश्न 1 4.7m लम्बे व $3.0 \times 10^{-5}m^2$ अनुप्रस्थ काट के स्टील के तार तथा 3.5m लम्बे व 40 × 10-5m² अनुप्रस्थ काट के ताँबे के तार पर दिए गए समान परिमाण के भारों को लटकाने पर उनकी लम्बाइयों में समान वृद्धि होती है। स्टील तथा ताँबे के यंग-प्रत्यास्थता गुणांकों में क्या अनुपात है?

उत्तर- यंग-प्रत्यास्थता गुणांक $Y = \frac{\frac{E}{A}}{\frac{l}{L}} = \frac{F.L}{A.l}$

यहाँ दोनों तारों के लिए लटकाया गया भार F = Mg तथा लम्बाई में वृद्धि l समान है,

अतः $Y \propto \left(\frac{L}{A}\right)$

$$\therefore \quad \frac{Y_{\text{स्टील}}}{Y_{\text{तांबा}}} = \frac{(L_{\text{स्टील}}/A_{\text{स्टील}})}{(L_{\text{तांबा}}/Y_{\text{तांबा}})} = \frac{L_{\text{स्टील}} \times A_{\text{तांबा}}}{L_{\text{तांबा}} \times A_{\text{स्टील}}}$$

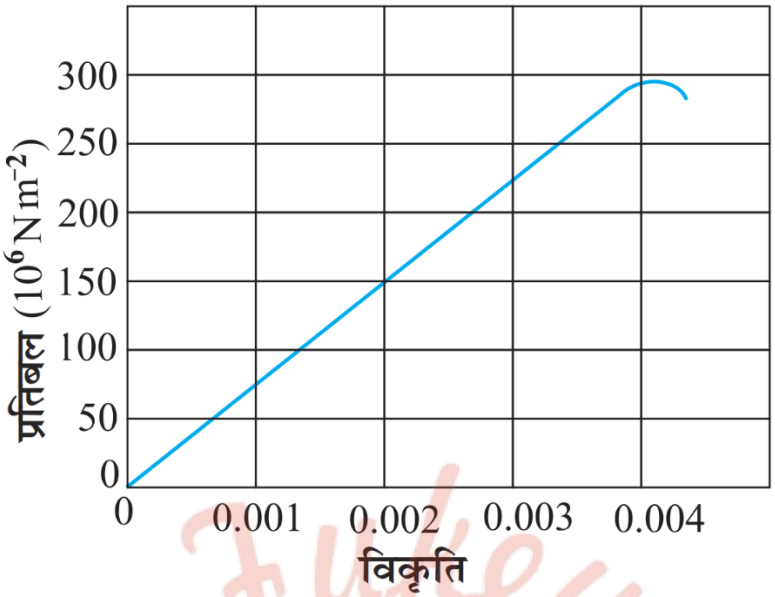
$$= \frac{4.7\text{m} \times (4.0 \times 10^{-5}\text{m}^2)}{3.5\text{m} \times (3.0 \times 10^{-5}\text{m}^2} = \frac{47 \times 4}{105} = \frac{188}{105} = 1.8$$

प्रश्न 2 चित्र में किसी दिए गए पदार्थ के लिए प्रतिबल-विकृति वक्र दर्शाया गया है। इस पदार्थ के लिए-

a. यंग-प्रत्यास्थता गुणांक,

b. सन्निकट पराभव सामर्थ्य क्या है?

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



उत्तर-

a. ग्राफ के सरल रेखीय भाग में बिन्दु A के संगत

अनुदैर्ध्य प्रतिबल = 150 × 10^6 न्यूटन/ मीटर

तथा अनुदैर्ध्य विकृति = 0.002

∴ यंग-प्रत्यास्थता गुणांक

$$Y = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}} = \frac{150 \times 10^6 \text{ न्यूटन/मी}^2}{0.002}$$

b. पराभव बिन्दु लगभग B है।

अत: इसके संगत पदार्थ की पराभव सामर्थ्य = 300 × 10^6 न्यूटन/मीटर

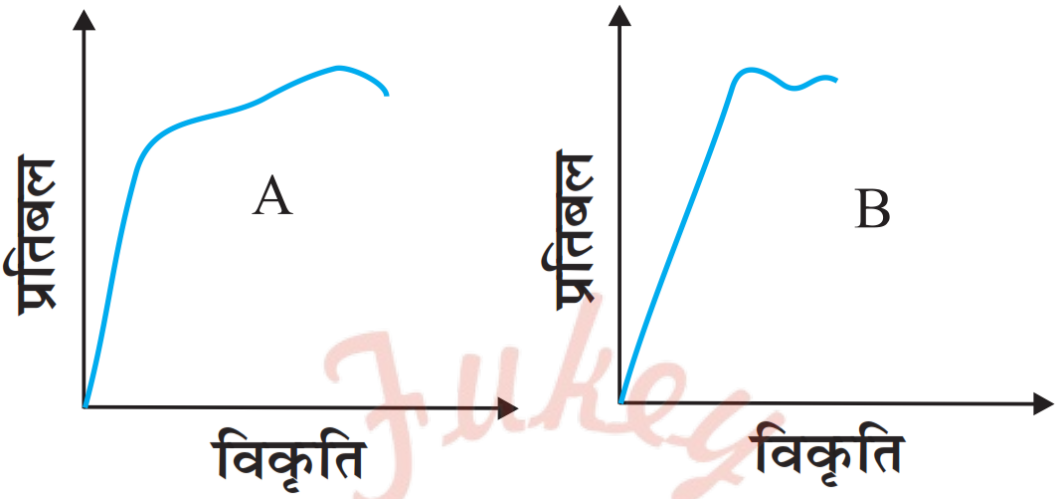
= 300 × 10^8 न्यूटन/ मीटर

प्रश्न 3 दो पदार्थों A और B के लिए प्रतिबल-विकृति ग्राफ चित्र में दर्शाए गए हैं। इन ग्राफों को एक ही पैमाना मानकर खींचा गया है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. किस पदार्थ का यंग प्रत्यास्थता गुणांक अधिक है?

b. दोनों पदार्थों में कौन अधिक मजबूत है?



उत्तर-

a. ∵ पदार्थ A के ग्राफ का ढाल दूसरे ग्राफ की तुलना में अधिक है; अतः पदार्थ A का यंग गुणांक अधिक है।

b. दोनों ग्राफों पर पराभव बिन्दुओं की ऊँचाई लगभग बराबर है परन्तु पदार्थ A के ग्राफ में पदार्थ B की तुलना में प्लास्टिक क्षेत्र अधिक सुस्पष्ट है; अतः पदार्थ A अधिक मजबूत है।

प्रश्न 4 निम्नलिखित दो कथनों को ध्यान से पढिए और कारण सहित बताइए कि वे सत्य हैं या असत्य-

a. इस्पात की अपेक्षा रबड़ का यंग गुणांक अधिक है;

b. किसी कुण्डली का तनन उसके अपरूपण गुणांक से निर्धारित होता है।

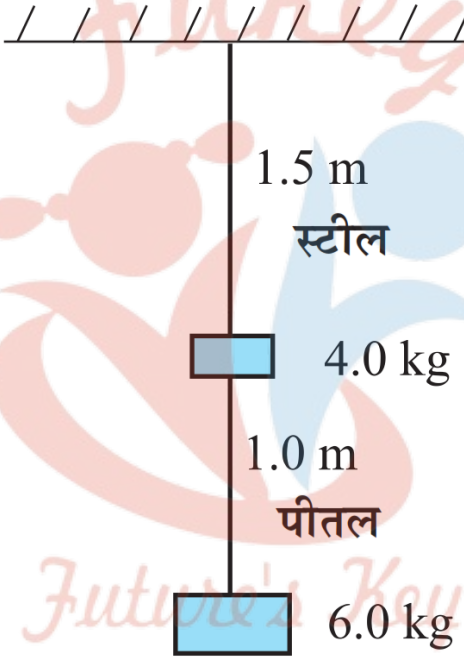
उत्तर-

a. असत्य, रबड़ तथा इस्पात के बने एक जैसे तारों में समान विकृति उत्पन्न करने के लिए इस्पात के तार में रबड़ के तार की अपेक्षा अधिक प्रतिबल उत्पन्न होता है, इससे स्पष्ट है कि इस्पात का यंग गुणांक रबड़ की अपेक्षा अधिक है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

b. सत्य, जब हम किसी कुण्डली (स्प्रिग) को खींचते हैं तो न तो स्प्रिंग निर्माण में लगे तार की लम्बाई में कोई परिवर्तन होता है और न ही उसके आयतन में। केवल स्प्रिंग का रूप बदल जाता है; अतः स्प्रिंग का तनन उसके अपरूपण गुणांक द्वारा निर्धारित होता है।

प्रश्न 5 0.25cm व्यास के दो तार, जिनमें एक इस्पात का तथा दूसरा पीतल का है, चित्र के अनुसार भारित हैं। बिना भार लटकाए इस्पात तथा पीतल के तारों की लम्बाइयाँ क्रमशः स्टील 1.5m तथा 1.0m हैं। यदि इस्पात तथा पीतल के यंग गुणांक क्रमशः 20 × 10^{11}Pa तथा 0.91 × 10^{11}Pa हों तो इस्पात तथा पीतल के तारों में विस्तार की गणना कीजिए।



उत्तर- यहाँ स्टील के तार के लिए,

त्रिज्या $r_1 \left(\frac{0.25}{2}\right) cm = 0.25cm$

$= 0.25 \times 10^2 m$

लम्बाई L_1 = 1.5m

यंग-प्रत्यास्थता गुणांक Y_1 = 2.0 × 10^{11}Pa = 2.0 × 10^{11} न्यूटन/ मीटर^2

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

भार F_1 = 4.0kg भार = 4.0 × 9.8 न्यूटन = 39.2 न्यूटन

$$\therefore \text{स्टील के लिए सूत्र} = Y_1 = \frac{F_1 L_1}{A_1 l_1} = \frac{F_1 l_1}{\pi r_1^2 l_1} \text{ से,}$$

$$\text{स्टील की लम्बाई में वृध्दि } l_1 = \frac{F_1 L_1}{\pi r_1^2 Y_1}$$

$$= \frac{39.2 \text{ न्यूटन} \times 1.5 \text{ मी}}{3.14 \times (0.125 \times 10^{-2} \text{ मी})^2 (2.0 \times 10^{11} \text{ न्यूटन/मी}^2)}$$

यहाँ पीतल के तार के लिए-

त्रिज्या $r_2 = r_1 = 0.125 \times 10^{-2}$m लम्बाई L_2 = 1.0m

यंग-प्रत्यास्थता गुणांक $Y_2 = 0.91 \times 10^{11}$Pa = 0.19×10^{11} न्यूटन/ मीटर^2

भार F_2 = (4 + 6.0)kg भार = 10 × 9.8 न्यूटन = 98 न्यूटन

$$\therefore \text{पीतल के लिए सूत्र } l_2 = \frac{F_2 L_2}{A_1 l_2} = \frac{F_2 L_2}{\pi r_2^2 l_2} \text{ से,}$$

$$\text{पीतल की लम्बाई में वृध्दि } l_2 = \frac{F_2 L_2}{\pi r_2^2 Y_2}$$

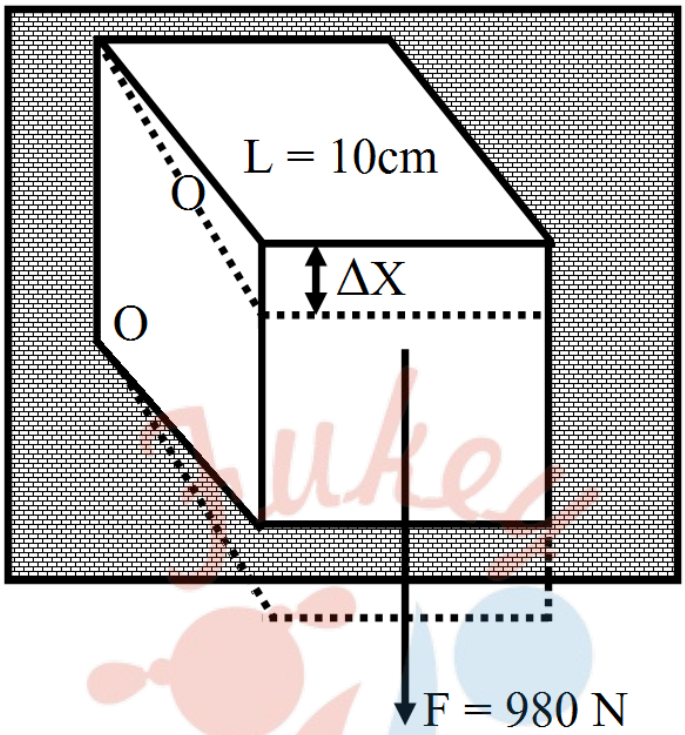
$$= \frac{98 \text{ न्यूटन} \times 1.0 \text{ मी}}{3.14 \times (0.125 \times 10^{-2} \text{ मी})^2 \times 0.91 \times 10^{11} \text{ न्यूटन/मी}^2}$$

= 2.19×10^{-4} मीटर

प्रश्न 6 ऐलुमिनियम के किसी घन के किनारे 10cm लम्बे हैं। इसकी एक फलक किसी ऊर्ध्वाधर दीवार से कसकर जड़ी हुई है। इस घन के सम्मुख फलक से 100kg का एक द्रव्यमान जोड़ दिया गया है। ऐलुमिनियम का अपरूपण गुणांक 25GPa है। इस फलक का ऊध्र्वाधर विस्थापन कितना होगा?

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर- दिया है- अपरूपण गुणांक G = 25GPa = 25 × $10^9 Nm^{-2}$



बल-आरोपित फलक का क्षेत्रफल A = 10cm × 10cm = 100 × 10^{-4} m^2

प्रश्न 7 मृदु इस्पात के चार समरूप खोखले बेलनाकार स्तम्भ 50,000kg द्रव्यमान के किसी बड़े ढाँचे को आधार दिए हुए हैं। प्रत्येक स्तम्भ की भीतरी तथा बाहरी त्रिज्याएँ क्रमशः 30 तथा 60cm हैं। भार वितरण को एकसमान मानते हुए प्रत्येक स्तम्भ की सम्पीडन विकृति की गणना कीजिए।

उत्तर- दिया है : बाहरी त्रिज्या Rext = 60cm = 0.6m

भीतरी त्रिज्या Rint = 30cm = 0.3m

∴ प्रत्येक स्तम्भ का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल,

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$A = \pi\left[R_{ext}^2 - R_{ext}^2\right] = 3.14\left[(0.6)^2 - (0.3)^2\right]m^2$$

$$= 0.8478m^2 \approx 0.85m^2$$

ढाँचे का कुल भार, $F = 50,000kg \times 9.8ms^{-2}$

$$= 4.9 \times 10^5 N$$

$\therefore$ प्रत्येक स्तम्भ पर भार, $F_1 = \frac{1}{4}F = 1.225 \times 10^5 N$

इस्पात का युंग गुणांक $Y = 2.0 \times 10^{11} Nm^{-2}$

सूत्र $Y = \frac{FL}{A\triangle L}$ से,

सम्पीडन विकृति $\frac{\triangle Y}{L} = \frac{F_1}{AY} = \frac{1.225\times10^5 N}{0.85m^2\times2.0\times10^{11}Nm^{-2}}$

$$= 0.72 \times 10^{-6}$$

$$= 7.2 \times 10^{-5}\%$$

प्रश्न 8 ताँबे का एक टुकड़ा, जिसका अनुप्रस्थ परिच्छेद 15.2mm × 19.1mm का है, 44,500N बल के तनाव से खींचा जाता है, जिससे केवल प्रत्यास्थ विरूपण उत्पन्न हो। उत्पन्न विकृति की गणना कीजिए।

उत्तर- विरूपण विकृति से संगत प्रत्यास्थता गुणांक अपरूपण गुणांक (दृढ़ता गुणांक η होता है जो यहाँ 4.20 × 1010Pa) दिया है।

ताँबे के टुकड़े का अनुप्रस्थ-परिच्छेद

A = $(15.2 \times 10^{-3}m) \times (19.1 \times 10^{-3}m)$

= $290.32 \times 10^{-6}m^2 = 2.9 \times 10^{-4}m^2$

विरूपक बल F = 44500 न्यूटन = 4.45×10^4 न्यूटन

$$\therefore \quad \eta = \frac{\text{विरूपक प्रतिबल}}{\text{विरूपण विकृति}} = \frac{F/A}{\text{विकृति}}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\text{विकृति} = \frac{F/A}{\eta} = \frac{F}{A\eta}$$

$$= \left[\frac{4.45\times10^{4}}{2.9\times10^{-4}\times4.20\times10^{10}}\right]$$

$$= \left[\frac{4.45}{2.9\times4.2}\right]\times10^{-2} = \left(\frac{4.45}{12.18}\right)\times10^{-2}$$

$$= 0.365\times10^{-2} = 3.65\times10^{-3}$$

प्रश्न 9 1.5cm त्रिज्या का एक इस्पात का केबिल भार उठाने के लिए इस्तेमाल किया जाता है। यदि इस्पात के लिए अधिकतम अनुज्ञेय प्रतिबल 108Nm^{-2} है तो उस अधिकतम भार की गणना कीजिए जिसे केबिल उठा सकता है।

उत्तर- केबिल के अनुप्रस्थ-परिच्छेद का क्षेत्रफल-

$$A = \pi r^2 = 3.14\times(1.5\times10^{-2}m)^2 = 7.065\times10^{10^{-4}}m^2$$

। अधिकतम अनुज्ञेय प्रतिबल = 108Nm^2

$$\therefore \text{बल } F = \left(\frac{F}{A}\right)\times A = \text{प्रतिबल} \times \text{अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल,}$$

∴ केबिल द्वारा उठाया जा सकने वाला अधिकतम भार,

= अनुज्ञेय प्रतिबल × अनुप्रस्थ-काट को क्षेत्रफल,

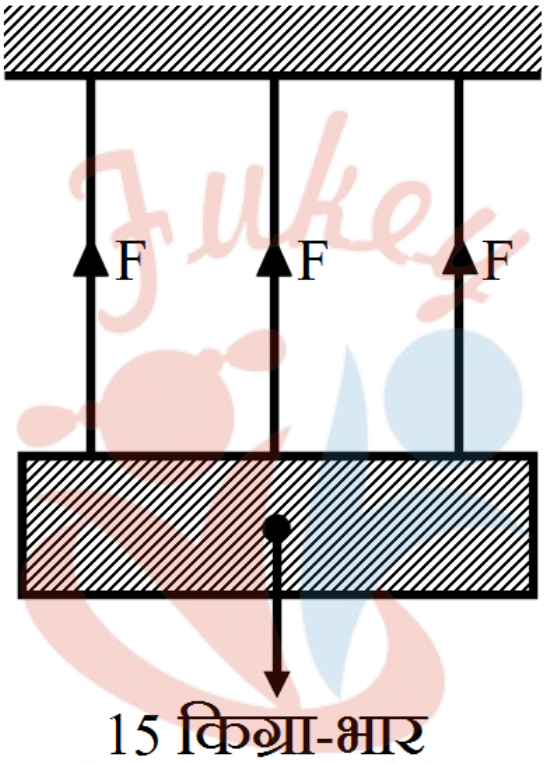
= (10^8Nm^2) × (7.065 × 10^{-4}m^2)

= 7.065 × 10^4N = 7.07 × 10^4N

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 10 15kg द्रव्यमान की एक दृढ़ पट्टी को तीन तारों, जिनमें से प्रत्येक की लम्बाई 2m है, से सममित लटकाया गया है। सिरों के दोनों तार ताँबे के हैं तथा बीच वाली तार लोहे का है। तारों के व्यासों के अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि प्रत्येक पर तनाव उतना ही रहता है।

उत्तर-



Y ताँबा = 120 × 10^3 न्यूटन/ मीटर^2

Y लोहा = 190 × 10^9 न्यूटन/ मीटर^2

प्रत्येक तार द्वारा सम्भाला जाने वाला भार-

$$F = \frac{15}{3} = 5 \text{ किग्रा भार,}$$

= 5 × 9.8 न्यूटन = 49.0 न्यूटन

प्रत्येक की लम्बाई L = 2 मीटर, प्रत्येक पर तनाव समान रहने की दशा में प्रत्येक के लिए भी समान होगा।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\therefore$ सूत्र $Y = \frac{FL}{A \times l}$ से,

$$Y = \frac{F \times L}{\pi(R^2)l} = \frac{F \times L}{\pi(D/2)^2 l} \text{ (जहाँ D = तारों का व्यास)}$$

$$= \frac{4F.L}{\pi D^2 l} \Rightarrow D^2 = \frac{4FL}{\pi l Y}$$

यहाँ प्रत्येक तार के लिए F, L तथा l समान होने के कारण

$$D^2 \propto \frac{1}{Y} \text{ अथवा } D \propto 1\sqrt{Y}$$

$$\therefore \quad \frac{D_{\text{ताँबा}}}{D_{\text{लोहा}}} = \sqrt{\frac{Y_{\text{लोहा}}}{Y_{\text{ताँबा}}}} = \sqrt{\frac{(190 \times 10^9)}{(120 \times 10^9 \text{ न्यूटन/ मी})}}$$

$$= \sqrt{\frac{19}{12}} = 1.257$$

प्रश्न 11 एक मीटर अतानित लम्बाई के इस्पात के तार के एक सिरे से 14.5kg का द्रव्यमान बाँध कर उसे एक ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाया जाता है, वृत्त की तली पर उसका कोणीय वेग 2 rev/ s है। तार के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल 0.065cm^2 है। तार में विस्तार की गणना कीजिए जब द्रव्यमान अपने पथ के निम्नतम बिन्दु पर है।

उत्तर- ऊध्र्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु पर,

$$F - mg = mr\omega^2$$

डोरी में तनाव बल $F = mr\omega^2 + mg$

F = [14.5 × 1.0 × (2.0)^2 + 14.5 × 9.8] न्यूटन,

= [58.0 + 142.1] न्यूटन = 200.1 न्यूटन

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

तथा L = 1.00m, अनुप्रस्थ-काट A = 0.065cm^2 = 0.065 × $10^{-4}m^2$ तथा Y = 2 × 10^{11} न्यूटन/ मीटर^2

सूत्र-

$$Y = \frac{FL}{A \times l} \text{ से, } l = \frac{F \times L}{A \times Y}$$

$$l = \left[\frac{200.1 \times 1.0}{0.065 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{11}}\right] m = 1.539 \times 10^{-4} m$$

प्रश्न 12 नीचे दिए गए आँकड़ों से जल के आयतन प्रत्यास्थता गुणांक की गणना कीजिए; प्रारम्भिक आयतन = 100.0, दाब में वृद्धि = 100.0atm (1atm = 1.013 × 105Pa), अन्तिम आयतन = 100.5L नियत ताप पर जल तथा वायु के आयतन प्रत्यास्थता गुणांकों की तुलना कीजिए। सरल शब्दों में समझाइए कि यह अनुपात इतना अधिक क्यों है?

उत्तर- यहाँ प्रारम्भिक आयतन V = 100.0 लीटर

अन्तिम आयतन (V - υ) = 100.5 लीटर

आयतन में कमी υ = (V - υ) - (V) = 100 लीटर - 100.5 लीटर = -0.5 लीटर

दाब में वृद्धि p = 100 वायुमण्डलीय दाब,

= 100 × 1.013 × 105 न्यूटन/ मीटर2

= 1.013 × 107 न्यूटन/ मीटर

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक-

$$B = -\left(\frac{pV}{v}\right) = \left[\frac{-(1.013 \times 10^7 Nm^2) \times (100.5L)}{-0.5L}\right]$$

$$= 2.026 \times 10^9 Nm^2 = 2.036 \times 10^9 Pa$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

हम जानते हैं कि STP पर वायु का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक 1 × 105Pa है, अतः जल का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक वायु के आयतन प्रत्यास्थता गुणांक से अधिक है। इसका कारण है कि समान दाब द्वारा जल के आयतन में होने वाली कमी, वायु के आयतन में होने वाली कमी की तुलना में नगण्य है।

प्रश्न 13 जल का घनत्व उस गंहराई पर, जहाँ दाब 80.0atm हो, कितना होगा? दिया गया है कि पृष्ठ पर जल का घनत्व 1.03 × 103kg m^{-3}, जल की सम्पीड्यता 45.8 × 10^{-11} Pa^{-1} (1Pa = 1Nm^{-2})

उत्तर- यहाँ पृष्ठ से गहराई तक जाने पर दाब परिवर्तन p = (80.0 - 1.0) वायुमण्डल = 79 वायुमण्डल अर्थात्

p = 79 × 1.013 × 105 न्यूटन/ मीटर^2

= 80.027 × 105 न्यूटन/मी^{2}

जहाँ जल की संपीड्यता K = 45.8 × $10^{-11}$$Pa^{-1}$

जल को आयतन प्रत्यास्थता गुणांक,

$$B = \frac{1}{K} = \frac{1}{45.8\times10^{-11}Pa^{-1}} = 2.18 \times 10^9 Pa$$

अथवा B = 2.183 × 10^9 न्यूटन/ मीटर^2

Fukey Education

$$\therefore B = -\left(\frac{P}{\frac{v}{V}}\right) \Rightarrow \left(\frac{v}{V}\right) = -\left(\frac{P}{B}\right)$$

$$= -\left[\frac{80.027\times10^5 Nm^2}{2.183\times10^9 Nm^2}\right]$$

अर्थात, $\left(\frac{v}{V}\right) = -36.66 \times 10^{-4} \ldots (1)$

पृष्ठ पर जल का घनत्व $\rho = 1.03 \times 10^3 kg\ m^3$

माना ρ′ किसी दी गई गहराई पर जल का घनत्व है। यदि V तथा 'V' जल के निश्चित द्रव्यमान M के पृष्ठ तथा दी गई गहराई के आयतन हैं-

$V = \frac{M}{\rho}$ तथा $V' = \frac{M}{\rho'}$

आयतन में परिवर्तन $v = V' - V = M\left(\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{\rho}\right) = -M\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}\right)$

आयतन विकृति $\frac{v}{V} = \frac{-M}{V}\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}\right) = -\rho\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho'}\right) = -\left(1 - \frac{\rho}{\rho'}\right)$

$\therefore \frac{v}{V} = -\left[1 - \left(\frac{1.03\times10^3}{\rho'}\right)\right] \ldots (2)$

अतः समीकरण (1) तथा समीकरण (2) से,

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$= -\left[1 - \left(\frac{1.03\times10^3}{\rho'}\right)\right] = -36.66 \times 10^{-4} \approx 3.7 \times 10^{-3}$$

या $\left[1 - 3.7 \times 10^3\right] = \frac{1.03\times10^3}{\rho'}$

या $0.9963 = 1.03 \times \frac{10^3}{\rho'}$

$\therefore \rho' = \frac{1.03\times10^3}{0.9963} = 1.034 \times 10^3 \text{kg/ m}^3$

प्रश्न 14 काँच के स्लेब पर 10atm का जलीय दाब लगाने पर उसके आयतन में भिन्नात्मक अन्तर की गणना कीजिए।

उत्तर- यहाँ दाब-परिवर्तन p = 10 वायुमण्डलीय दाब

= 10 × 1.013 × 10^5Pa = 1.013 × 10^6Pa

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक B = 37 × 10^9Pa

$$B = \frac{-P}{\left(\frac{u}{v}\right)}$$

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक,

$$\left(\frac{v}{V}\right) = -\frac{P}{B}$$

आयतन में भिन्नात्मक परिवर्तन

यहाँ (-) चिह्न आयतन में कमी का प्रतीक है।

प्रश्न 15 ताँबे के एक ठोस धन का एक किनारा 10cm का है। इस पर 7.0 × 10^6Pa का जलीय दाब लगाने पर इसके आयतन में संकुचन निकालिए।

उत्तर- आयतन विकृति,

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\left(\frac{u}{V}\right) = -\left(\frac{7.0\times10^{6}\text{Pa}}{1.40\times10^{11}\text{Pa}}\right) = -5\times10^{-5}$$

परन्तु घन के किनारे की लम्बाई a = 10cm = 0.10m

घन का आयतन 20 = a3 = $(0.10m)^3$ = $10^{-3}m$

अतः आयतन में परिवर्तन = आयतन विकृति × आयतन

= $-5 \times 10^{-5} \times 10^{-3}m$

= $-5 \times 10^{-8} \times 106cm$

= -0.05cm

(-) चिह्न आयतन में संकुचन का प्रतीक है।

प्रश्न 16 लीटर जल पर दाब में कितना अन्तर किया जाए कि वह 0.10% से सम्पीडित हो जाए?

उत्तर- यहाँ आयतन में प्रतिशत संकुचन = -0.10

अर्थात, $\left(\frac{v}{V}\right) = -\left(\frac{0.10}{100}\right) = -10^{-3}$

$\because B = -\left(\frac{P}{\frac{v}{V}}\right)$

$\therefore$ दाब-परिवर्तन $p = -\frac{v}{V} \times B = -\left(-10^{-3}\right) \times 2.2 \times 10^{9}\text{Pa}$

$= 2.2 \times 10^{6}\text{Pa}$ (वृध्दि)

अर्थात् दाब 2.2×10^{6}Pa बढ़ाया जाये।

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 256-257)

प्रश्न 17 हीरे के एकल क्रिस्टलों से बनी निहाइयों, जिनकी आकृति चित्र में दिखाई गई है, का उपयोग अति उच्च दाब के अन्तर्गत द्रव्यों के व्यवहार की जाँच के लिए किया जाता है। निहाई के संकीर्ण

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

सिरों पर सपाट फलकों का व्यास 0.50mm है। यदि निहाई के चौड़े सिरों पर 50,000N का बल लगा हो तो उसकी नोंक पर दाब ज्ञात कीजिए।

उत्तर- सपाट फलक की त्रिज्या R = 0.25mm = 2.5 × 10-4m हीरे के शंकु,

फलक का क्षेत्रफल $A = \pi R^2$

$= 3.14 \times (2.5 \times 10^{-4} m)^2$

$= 196 \times 10^{-5} m$

जबकि आरोपित बल F = 50,000N

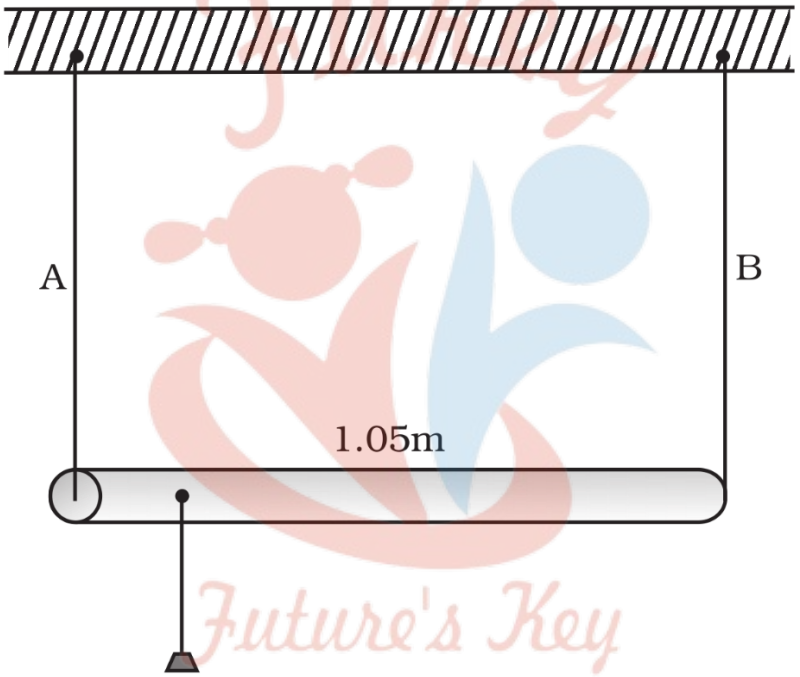
नोंक पर दाब $P = \frac{F}{A} = \frac{50.000N}{19.6 \times 10^{-8} m^2}$

$= 2.55 \times 10^{11} Pa$

Fukey Education

प्रश्न 18 1.05m लम्बाई तथा नगण्य द्रव्यमान की एक छड़ को बराबर लम्बाई के दो तारों, एक इस्पात का (तार A) तथा दूसरा ऐलुमिनियम का तार (तार B) द्वारा सिरों से लटका दिया गया है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। A तथा B के तारों के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल क्रमशः 1.0mm2 और 2.0mm हैं। छड़ के किस बिन्दु से एक द्रव्यमान m को लटका दिया जाए ताकि इस्पात तथा ऐलुमिनियम के तारों में

a. समान प्रतिबल,
b. समान विकृति उत्पन्न हो?



उत्तर- तारों के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल-

A_A = 1.0mm2, AB = 2.0mm^2

$Y_A = 2.0 \times 1011 Nm^{-2}$

$Y_B = 0.7 \times 1011 Nm^{-2}$

माना द्रव्यमान को तार A वाले सिरे से, x दूरी पर बिन्दु C से लटकाया गया है, तब इसकी दूसरे 'सिरे से दूरी (1.05 - x) m होगी।

माना इस भार के कारण तारों में FA तथा FB तनाव बले उत्पन्न होते हैं।

बिन्दु C के परितः आघूर्ण लेने पर,

FA .× = FB (1.05 - x) ....(1)

a. तारों में समान प्रतिबल उत्पन्न होता है अत:

$$= \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} \ldots (2)$$

समीकरण (1) को (2) से भाग देने पर,

$$x.A_A = (1.05 - x).A_B \Rightarrow \frac{x}{(1.05-x)} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{2.0}{1.0}$$

$$\Rightarrow x = 2(1.05 - x) \Rightarrow 3x = 2 \times 1.05$$

$$\therefore x = \frac{2.10}{3} = 0.70m = 70cm$$

अतः द्रव्यमान के तार A वाले सिरे से 70cm की दुरी पर लटकाना चाहिए।

b.

Fukey Education

सूत्र, $Y = \frac{F\,L}{A\triangle L}$ से, $\frac{\triangle L}{L} = \frac{F}{A\,Y}$

∵ दोनों तारों में समान विकृति उत्पन्न होती है, अतः

$$\frac{F_A}{A_A Y_A} = \frac{F_B}{A_B Y_B}$$

समीकरण (1) को समीकरण (3) से भाग देने पर,

$$\Rightarrow x.\,A_A Y_A = (1.05 - x)A_B Y_B$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1.05-x} = \frac{A_B}{A_A} \times \frac{Y_B}{Y_A} = \frac{2.0}{1.0} \times \frac{0.7}{2.0}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1.05-x} = \frac{7}{10} \text{ या } 10x = 1.05 \times 7 - 7x$$

$$\Rightarrow 17x = 1.05 \times 7$$

$$\therefore x = \frac{1.05\times7}{17} = 0.43m = 43cm$$

अत: द्रव्यमान को तार A वाले सिरे से 43cm की दूरी पर लटकाना चाहिए।

प्रश्न 19 मृदु इस्पात के एक तार, जिसकी लम्बाई 1.0m तथा अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल - 0.50×10^{-2}cm है, को दो खम्भों के बीच क्षैतिज दिशा में प्रत्यास्थ सीमा के अन्दर ही तनित किया जाता है। तार के मध्य बिन्दु से 100g का एक द्रव्यमान लटका दिया जाता है। मध्य बिन्दु पर अवनमन की गणना कीजिए।

उत्तर- दिया है, तार की लम्बाई L = 1.0m,

अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A = $0.50 \times 10^{-2}cm^2 = 5 \times 10^{-7}m^2$

m = 100g = 0.1kg, Y = $2.0 \times 1011Nm^{-2}$

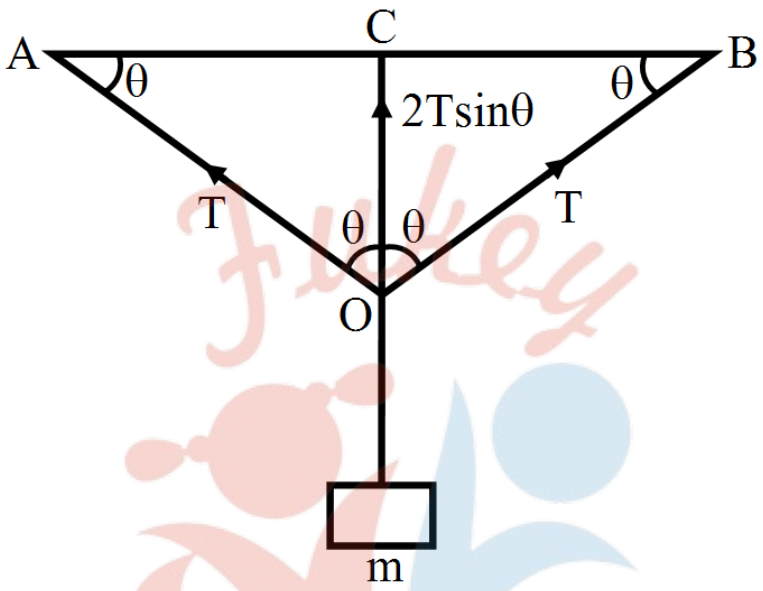
माना सन्तुलन की स्थिति में तार के दोनों भागों का क्षैतिज से - झुकाव θ है तथा तार के दोनों भागों में समान तनाव T है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

सन्तुलन की स्थिति में,

$2T \sin\theta = mg$ ...(1)

(C तार का मध्य बिन्दु है जो भार लटकाने पर बिन्दु O तक विस्थापित हो जाता है)।



तब, $l = AC = BC = \frac{1.0}{2} = 0.5m$

माना AC की लम्बाई में वृद्धि $\triangle l = AO - AC$

$\therefore AO = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{l^2 + x^2}$

$\therefore$ भाग AC की लम्बाई में वृध्दि $\triangle l = AO - AC$

$= (l^2 + x^2)^{\frac{1}{2}} - l$

$= l\left[\left(1 + \frac{x^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right]$

$\triangle l = l\left[\left(1 + \frac{1}{2}\frac{x^2}{l^2}\right) - 1\right]$

अथवा $\triangle l = l \times \frac{x^2}{2l^2}$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\therefore$ भाग AO में तनाव $T = \frac{YA\triangle l}{l}$ $\left[\because Y = \frac{\frac{T}{A}}{\frac{\triangle l}{l}}\right]$

$= \frac{YA}{l} \times l \times \frac{x^2}{2l^2} = \frac{YAx^2}{2l^2}$

$\therefore$ समीकरण (1) से $2 \times \frac{YAx^2}{2l^2} \sin\theta = mg$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{mgl^2}{YAx^2}$ परन्तु θ छोटा है, $\Rightarrow \sin\theta = \theta = \frac{OC}{AC} = \frac{x}{l}$

$\therefore \frac{x}{l} = \frac{mgl^2}{YAx^2} \Rightarrow x^3 = \frac{mgl^3}{YA}$

$\therefore x = l \times \left(\frac{mg}{YA}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.5m \left[\frac{0.1kg \times 9.8ms^{-2}}{2.0 \times 10^{11} Nm^{-2} \times 5 \times 10^{-7} m^2}\right]$

$= 0.5 \times 2.13 \times 10^{-2} m \approx 0.01m$

अतः मध्य बिन्दु पर अवनमन लगभग 001m है।

प्रश्न 20 धातु के दो पहियों के सिरों को चार रिवेट से आपस में जोड़ दिया जाता है। प्रत्येक रिवेट का व्यास 6mm है। यदि रिवेट का अपरुपण प्रतिबल 6.9 × 107Pa से अधिक नहीं बढ़ना हो तो रिवेट की हुई पट्टी द्वारा आरोपित तनाव का अधिकतम मान कितना होगा? मान लीजिए कि प्रत्येक रिवेट एक-चौथाई भार वहन कर सकता है।

उत्तर- दिया है, प्रत्येक रिवेट का व्यास = 6mm

∴ त्रिज्या r = व्यास - 2 = $6mm^2$ = 3 मिमी = $3 \times 10^{-3}m$

अतः रिवेट का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल-

$A = \pi r^2 = 3.14 \times (3 \times 10^3 m)^2$

= 28.26 x $10^{-6}m^2$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

भंजक प्रतिबल = रिवेट द्वारा सहन किये जा सकने वाला अधिक अपरूपण प्रतिबल,

= 6.9×10^7Pa = 6.9×10^7 न्यूटन/ मीटर^2

प्रत्येक रिवेट द्वारा सहन किया जा सकने वाला अधिकतम तनाव = भंजक प्रतिबल × A

= (6.9×10^7 न्यूटन/ मीटर^2) × (28.26×10^{-6}m^2)

= 1.949×10^3 न्यूटन ≈ 1.95×10 न्यूटन

चूँकि पट्टी में चार रिवेट लगी हैं। अत: पट्टी द्वारा आरोपित अधिकतम तनाव

= 4 x 1.95 x 10^3 न्यूटन = 7.8 x 10^3 न्यूटन

प्रश्न 21 प्रशांत महासागर में स्थित मैरियाना नामक खाई एक स्थान पर पानी की सतह से 11km नीचे चली जाती है और उस खाई में नीचे तक 0.32m^3 आयतन का इस्पात का एक गोला गिराया जाता है तो गोले के आयतन में परिवर्तन की गणना करें। खाई के तल पर जल का दाब 1.1 × 108Pa है और इस्पात का आयतन गुणांक 160GPa है।

उत्तर- यहाँ दाब-परिवर्तन

p = खाई की तली पर दाब = 1.1 × 108Pa

इस्पात का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक

B = 160GPa = 160 × 109Pa = 1.6 × 1011Pa

गोले का आयतन = V = 0.32m^3

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

आयतन प्रत्यास्थता गुणांक, $B = \frac{-p}{\left(\frac{v}{V}\right)}$

$\therefore$ आयतन में परिवर्तन $= \left(\frac{-pV}{B}\right) = -\left[\frac{(1.1\times10^{8}\text{Pa})\times(0.32\text{m}^3)}{1.6\times10^{11}\text{Pa}}\right]$

अर्थात, $v = -\left[\frac{1.1\times0.32}{1.6} \times 10^{-3}\text{m}^3\right] = -2.2 \times 10^{-4}\text{m}^3$

चिह्न आयतन में कमी का प्रतीक है। अर्थात् आयतन में $2.2 \times 10^{-4}m^3$ की कमी होगी।

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com