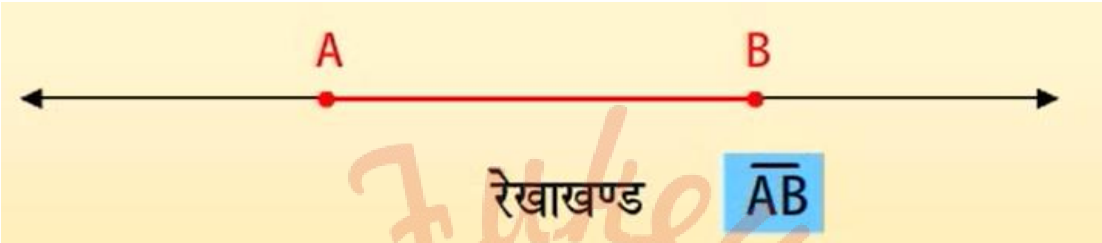
गणित

अध्याय-6: रेखाएँ और कोण

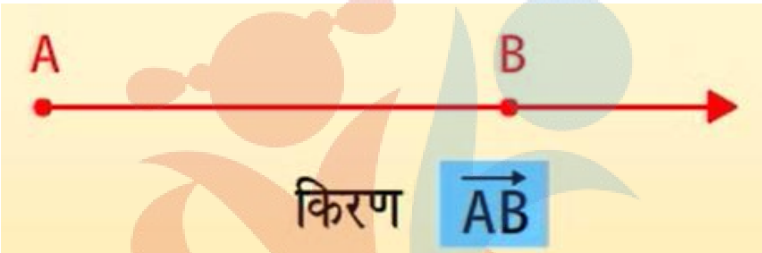
Fukey Education

आधारभूत पद और परिभाषाएं

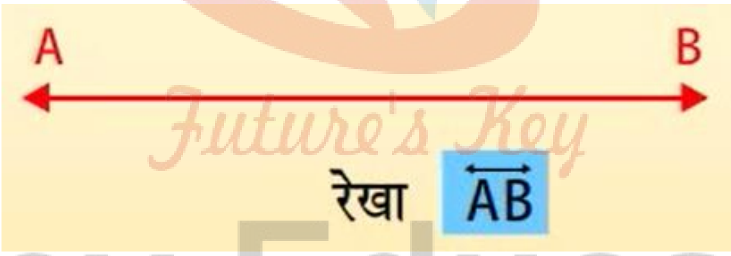
रेखाखण्ड-



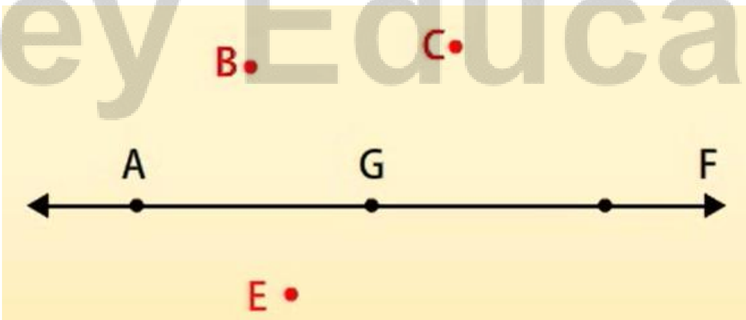
किरण-



रेखा-



Fukey Education

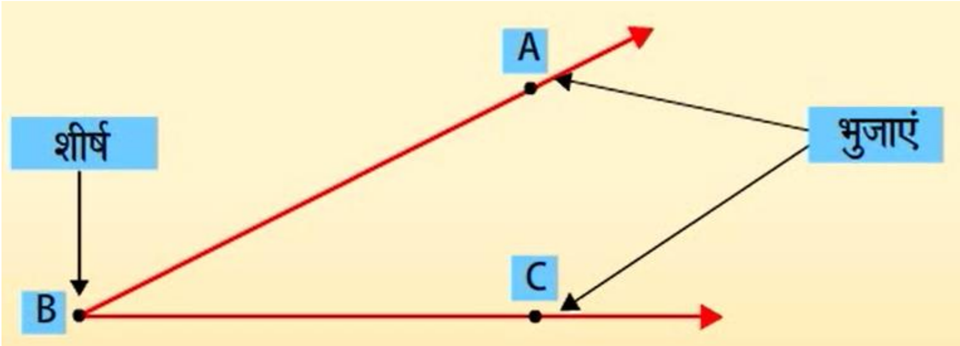


AGF संरेख बिन्दु हैं।

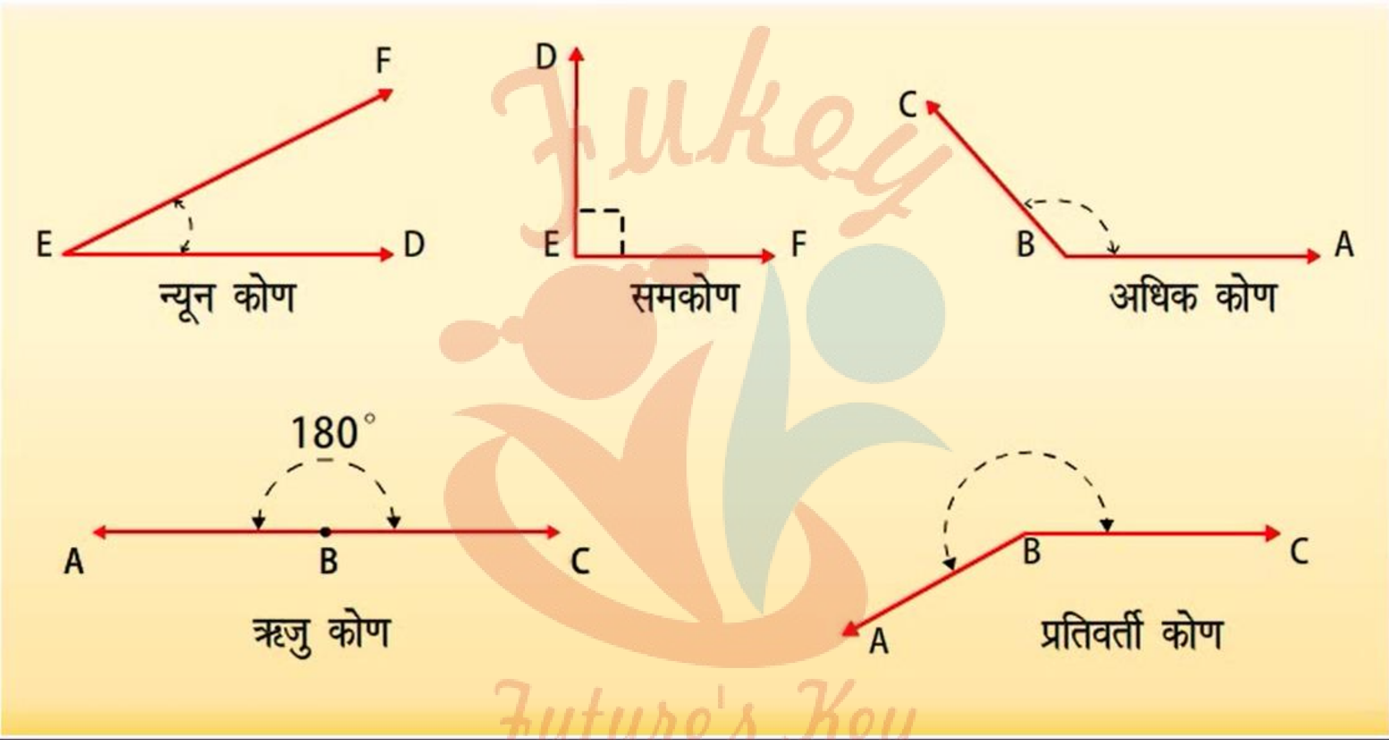
BCE असंरेख बिन्दु हैं।

कोण-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

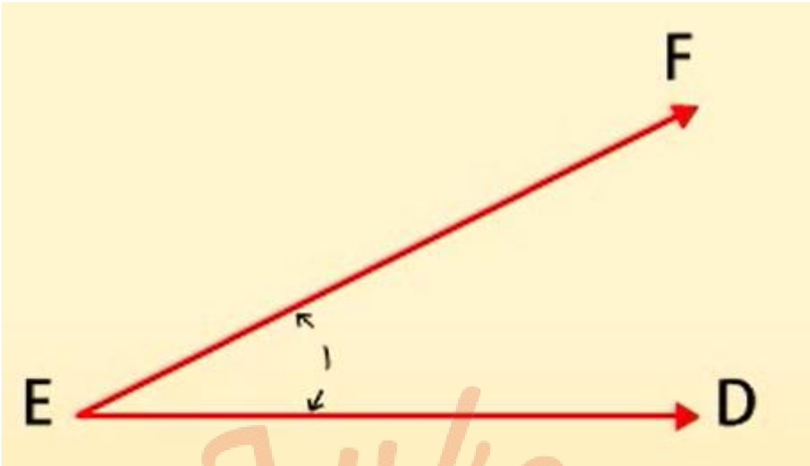


कोणों के प्रकार-



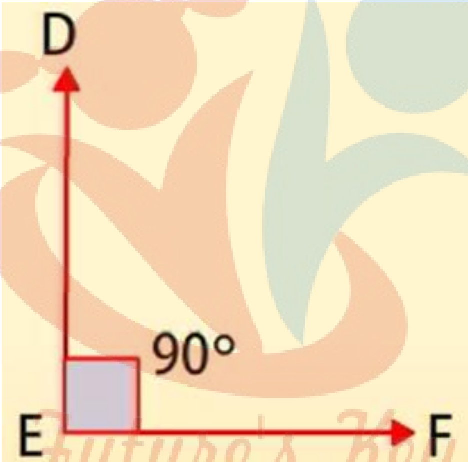
Fukey Education

न्यूनकोण-



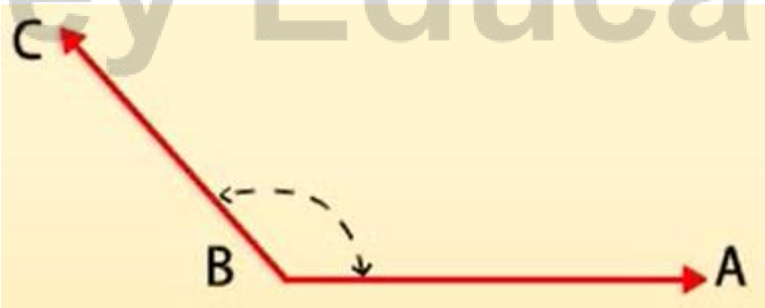
एक न्यूनकोण का माप 0° से 90° के बीच होता है।

समकोण-



समकोण कोण ठीक 90° के बराबर होता है।

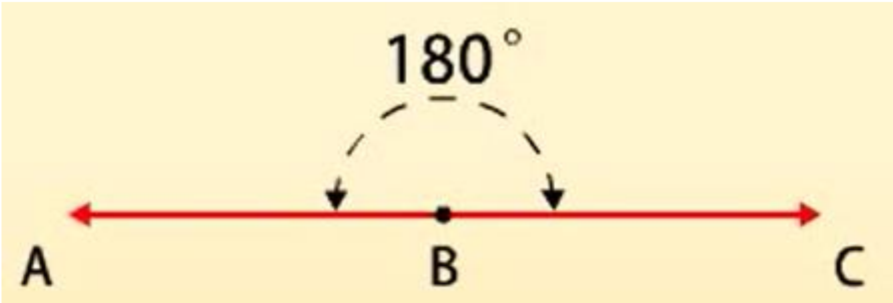
अधिक कोण-



अधिक कोण कोण 90° से ज्यादा और 180° से कम

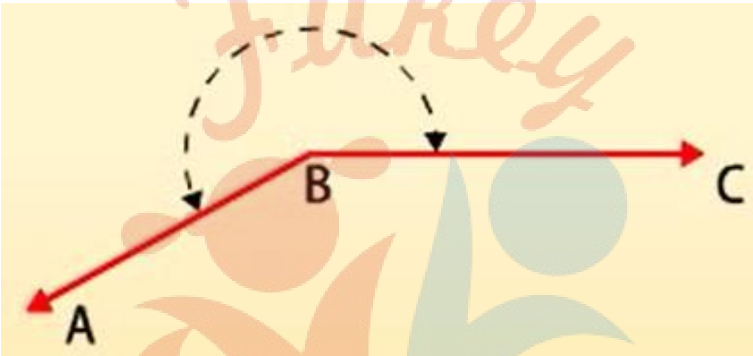
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

ऋजु कोण-



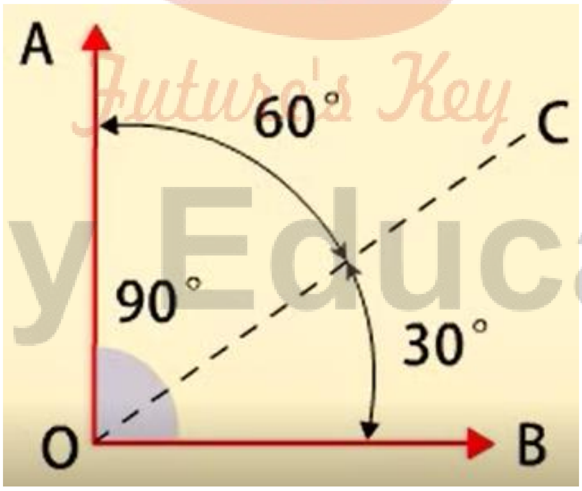
ऋजु कोण कोण 180° के बराबर

वृहत्तकोण-



कोण 180° से ज्यादा और 360° से कम

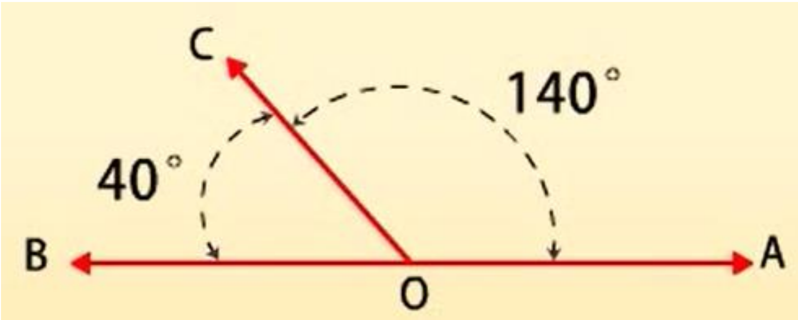
पूरक कोण-



दो कोण जो एक साथ समकोण बनाते हैं, पूरक कोण कहलाते हैं।

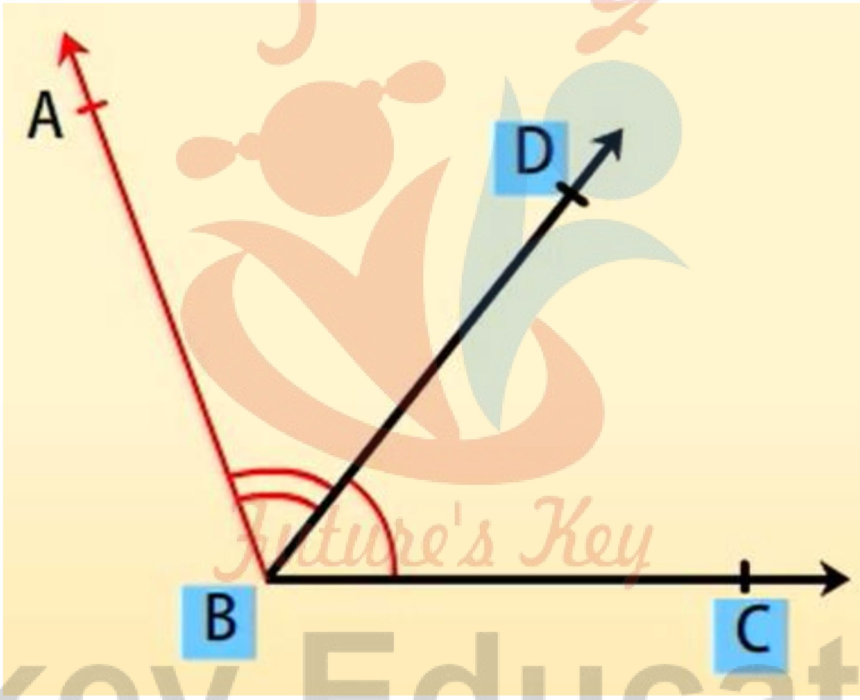
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

सम्पूरक कोण-



जिनका योग 180° हो

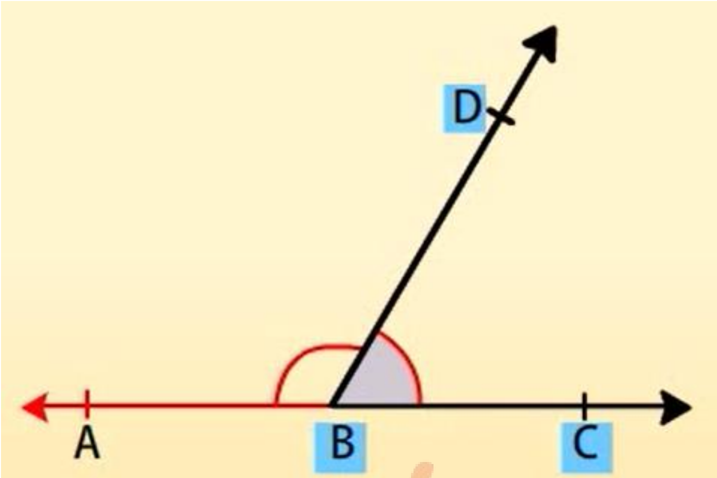
आसन्न कोण- वैसे दो कोण जिसकी एक भुजा उभयनिस्ट हो और उनका एक ही शीर्ष हो आसन्न कोण कहलाता है।



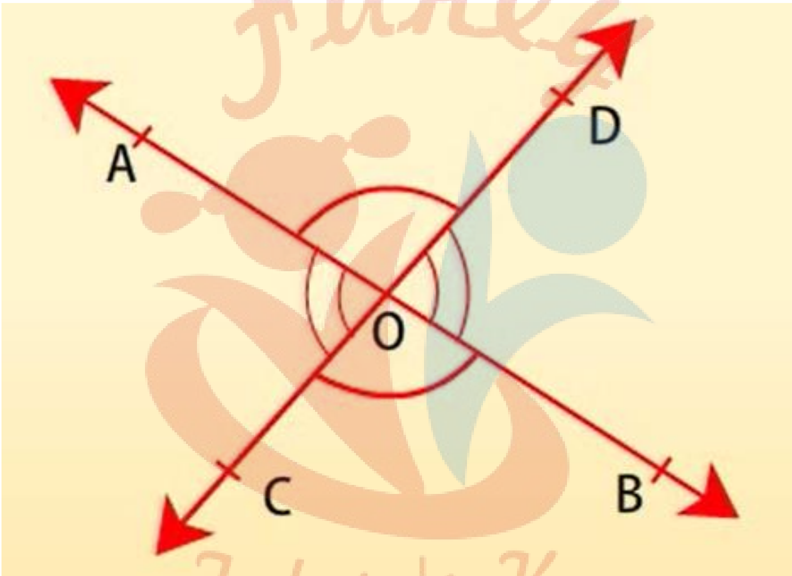
इन कोणों को आसन्न कोण कहते हैं।

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$$

Fukey Education

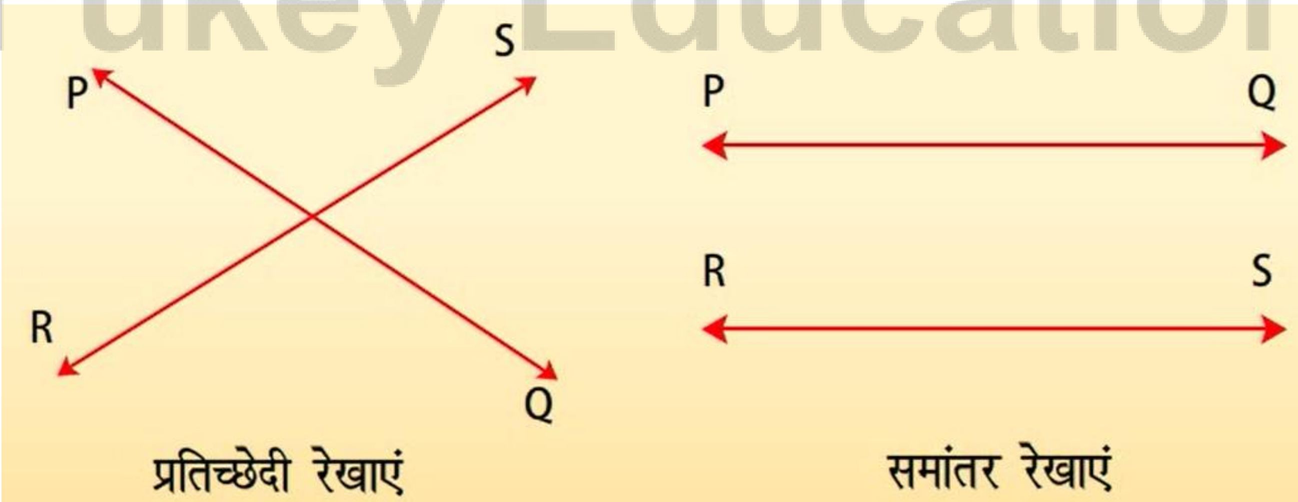


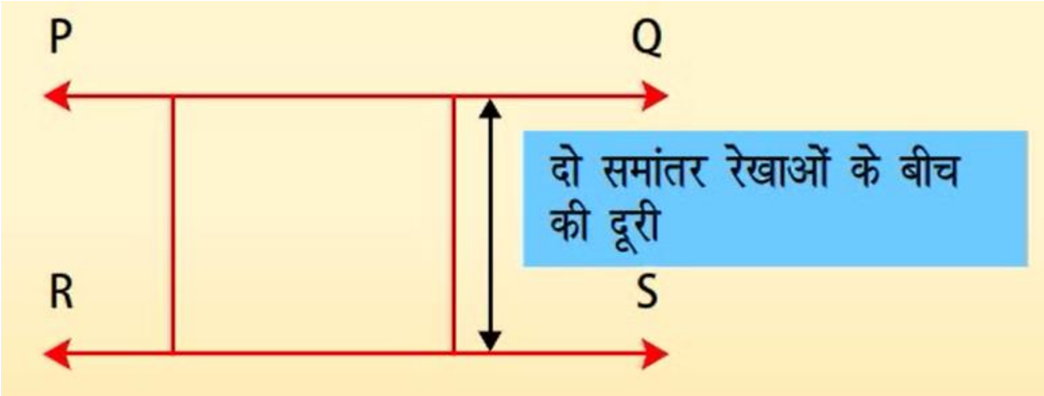
कोणों का रैखिक युग्म



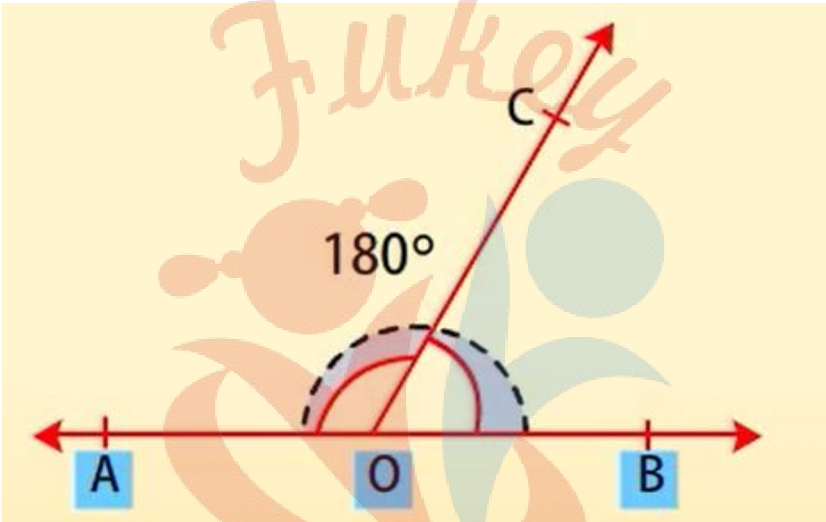
शीर्षाभिमुख कोण

प्रतिच्छेदी रेखाए और अप्रतिच्छेदी रेखाए





कोणो का युग्म



∠AOC + ∠BOC = ∠AOB........... (i)

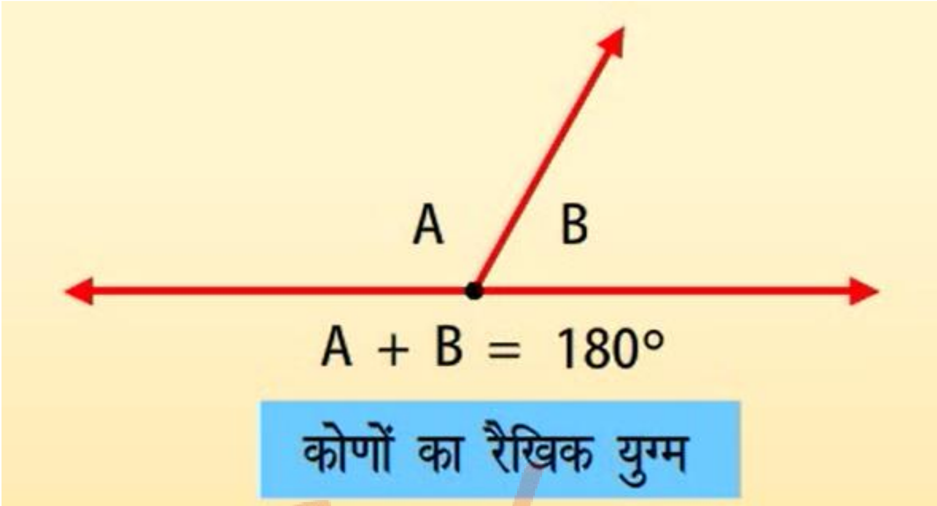
∠AOB = 180° .... (ii)

∠AOC + ∠BOC = 180°

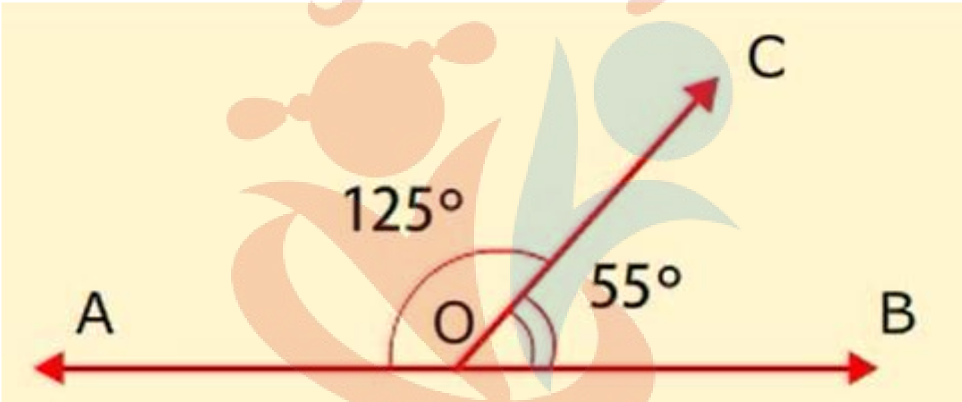
अभिगृहीत I

अभिगृहीत 1: यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो, तो इस प्रकार बने दोनों आसन्न कोणों का योग 180° होता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



अभिगृहीत 2: यदि दो आसन्न कोणों का योग 180° हो तो एक किरण रेखा पर खड़ी होती है।



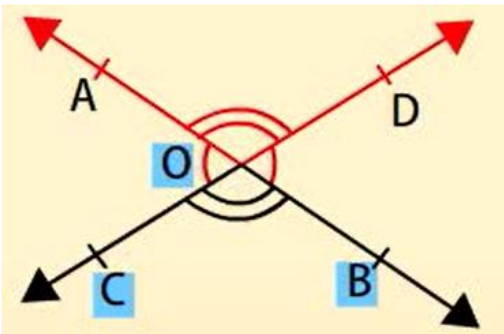
∠AOC + ∠COB

125° + 55° = 180°

प्रमेय

यदि दो रेखाएं परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

सिद्ध: यह दिया है कि दो रेखाएं एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं। अतः, मान लीजिए कि AB और CDदो रेखाएं हैं जो परस्पर बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।



$\angle AOC$ और $\angle BOD$,

$\angle AOD$ और $\angle BOC$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।

सिद्ध करे: $\angle AOC = \angle BOD$

$\angle AOD = \angle BOC$

यहां किरण OA रेखा CD पर खड़ी है।

अत: $\angle AOC + \angle AOD = 180°$ (रैखिक युग्म अभिगृहीत) .....(1)

इसी प्रकार $\angle AOD + \angle BOD = 180°$ .....(2)

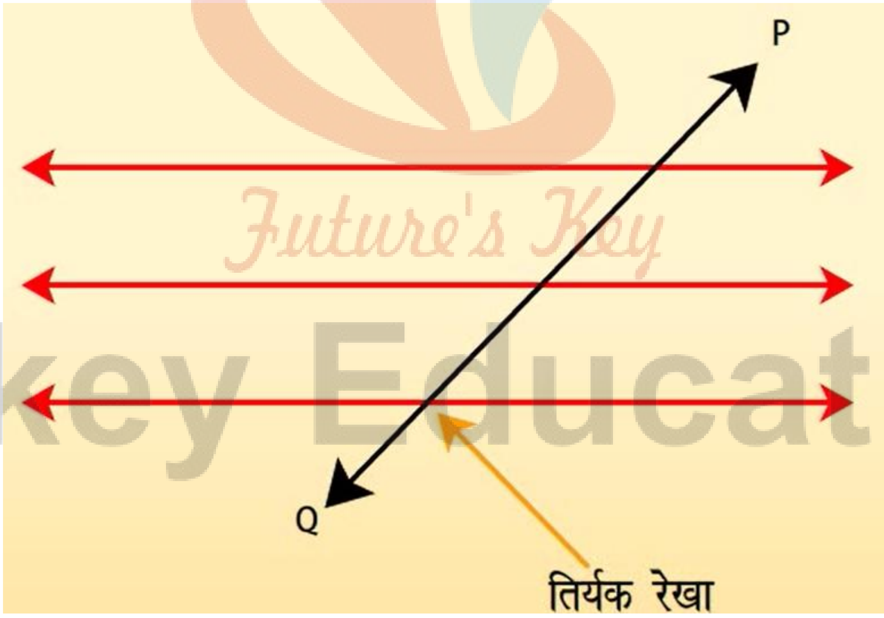
(1) और (2) से, हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

$\angle AOC + \angle AOD = \angle AOD + \angle BOD$

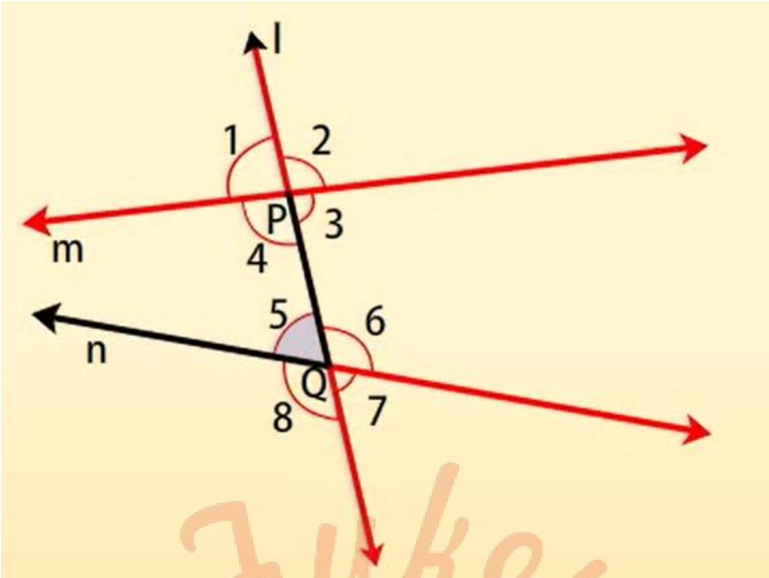
$\angle AOC = \angle BOD$

अतः $\angle AOD = \angle BOC$

समांतर रेखाएं और तिर्यक रेखाएं



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



∠1, ∠2, ∠7 और ∠8 बाह्य कोण कहलाते हैं।

∠3, ∠4, ∠5 और ∠6 अंतः कोण कहलाते हैं।

संगत कोण:

(i) ∠1 और ∠5
(ii) ∠2 और ∠6
(iii) ∠4 और ∠8
(iv) ∠3 और ∠7

एकांतर अंतः कोण:

(i) ∠4 और ∠6
(ii) ∠3 और ∠5

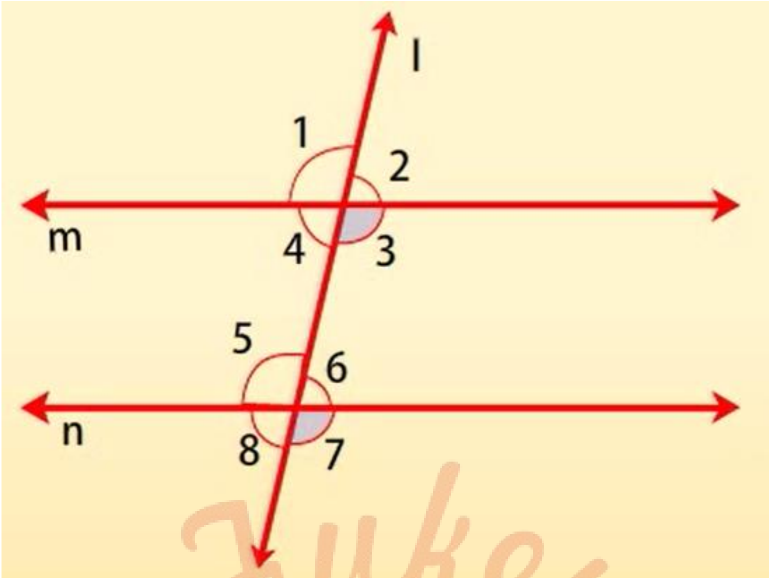
एकांतर बाह्य कोण :

(i) ∠1 और ∠7
(ii) ∠2 और ∠8

तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण :

(i) ∠4 और ∠5
(ii) ∠3 और ∠6

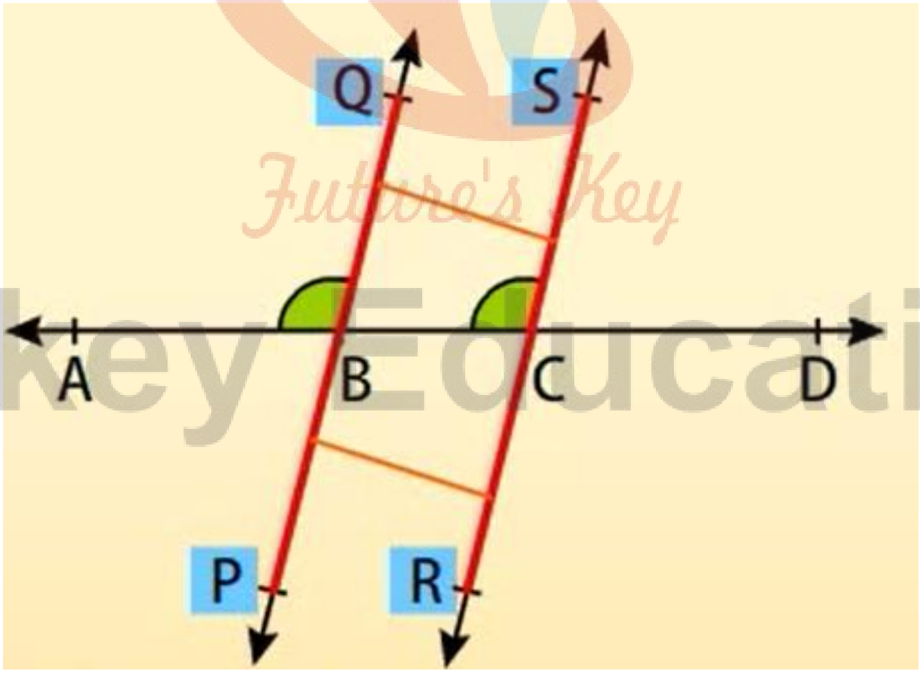
तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण क्रमागत अंतः कोण या संबंधित कोण या सह-अंतः कोण कहलाते हैं।



यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

∴ $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = 8\angle$, $\angle 3 = \angle 7$

अभिगृहीत 3: यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

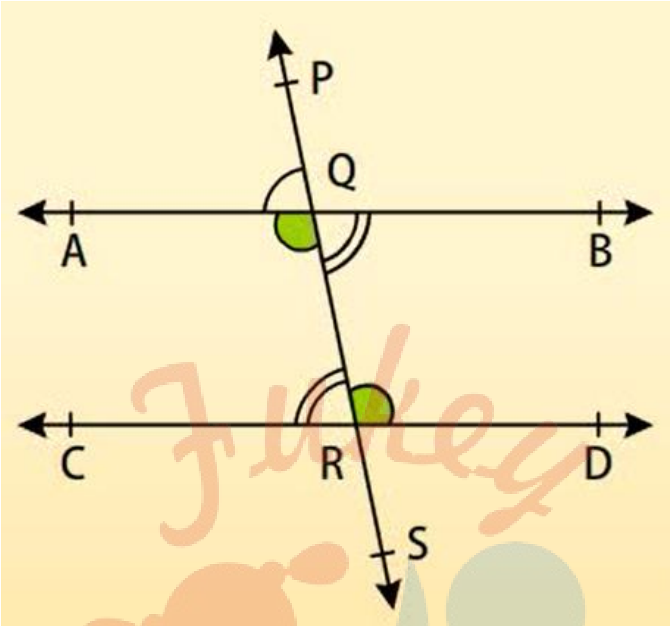


संगत कोण अभिगृहीत

विलोम: यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर हो, तो दोनों रेखाएं समांतर होती हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अभिगृहीत 4: यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर हो, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।



∠PQA = ∠QRC (संगत कोण अभिगृहीत) ...(i)

∠PQA = ∠BOR (शीर्षाभिमुख कोण) ...(ii)

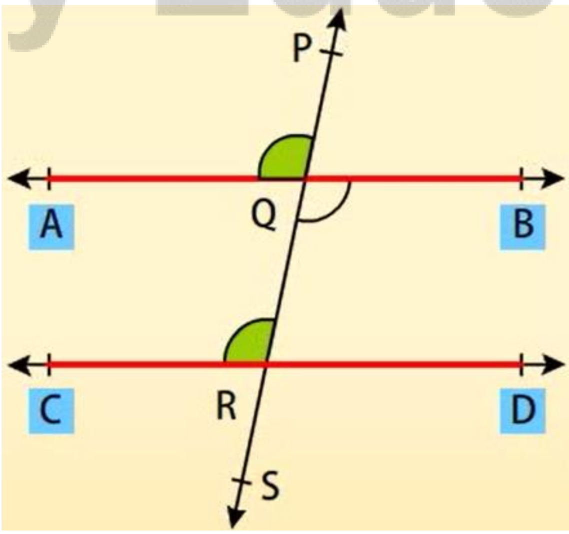
अतः (i) और (ii), से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

∠BQR = ∠QRC

इसी प्रकार, ∠AQR = ∠ORD

यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो एकांतर अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

प्रमेय:



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिया है: $\angle BQR = \angle QRC$

$\angle BQR = \angle PQA$ ...(i)

(यशीर्षाभिमुख कोण)

$\angle BOR = \angle QRC$ ...(ii) (दिया है)

अतः (i) और (ii)

$\angle PQA = \angle QRC$

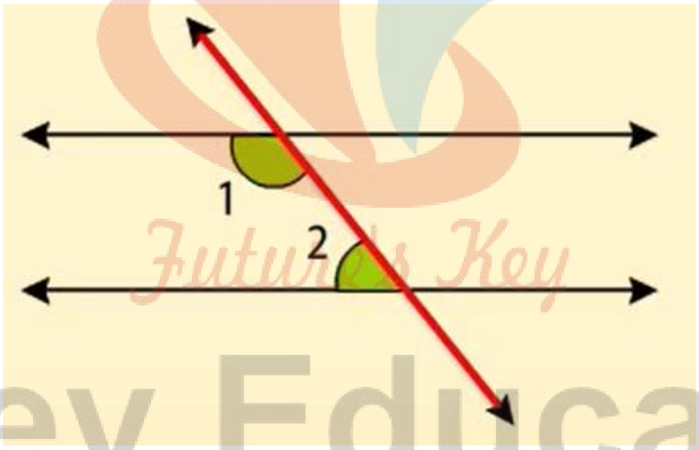
(संगत कोण)

अतः $AB \parallel CD$

(संगत कोण अभिगृहीत का विलोम)

अतः यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि एकांतर अंतः कोणों का एक युग्म बराबर है, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।

प्रमेय:

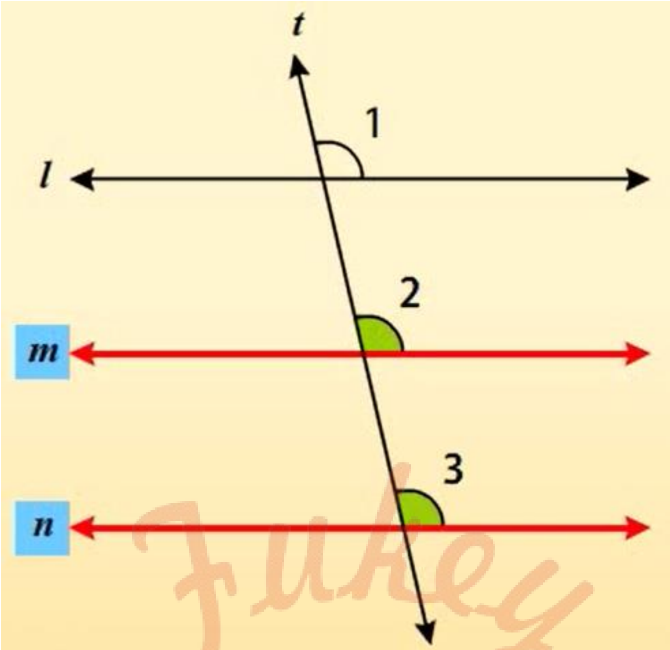


Fukey Education

यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।

यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का एक युग्म संपूरक है, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।

एक ही रेखा के समांतर रेखाएं



दिया है: रेखा m || रेखा l और रेखा n || रेखा l

$\angle 1 = \angle 2$ (संगत कोण अभिगृहीत)

$\angle 1 = \angle 3$ (संगत कोण अभिगृहीत)

$\angle 2 = \angle 3$

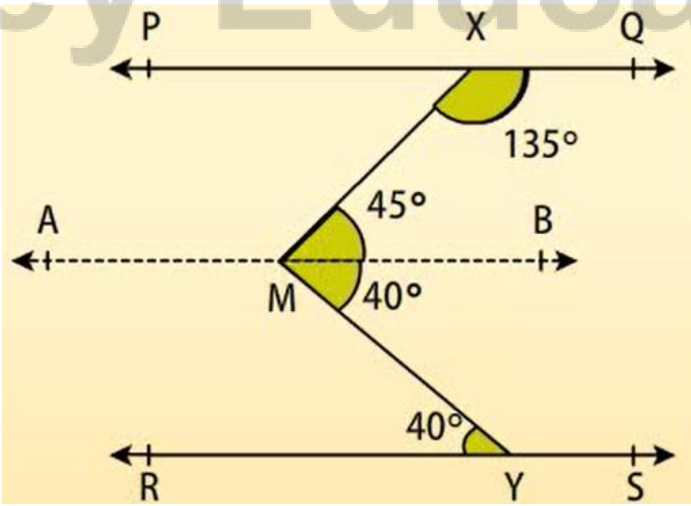
परन्तु $\angle 2$ और $\angle 3$ संगत कोण हैं और बराबर हैं।

अतः रेखा m || रेखा n

(संगत कोण अभिगृहीत का विलोम)

प्रमेय: वे रेखाएं जो एक ही रेखा के समांतर हों, परस्पर समांतर होती हैं।

उदाहरण:



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिया है कि यदि PQ || RS, ∠MXQ = 135° और ∠MYR= 40°, तो ∠XMY ज्ञात कीजिए।

AB || PQ, PQ || RS

= AB || RS

अब, ∠QXM + ∠XMB = 180°

(AB || PQ, तिर्यक रेखा XM के एक ही ओर के अंतः कोण हैं।)

परन्तु ∠QXM = 135° अतः 135° + ∠XMB = 180°

इसलिए, ∠XMB = 45° ...(i)

अब, ∠BMY = ∠MYR (AB || RS, एकांतर कोण)

इसलिए, ∠BMY = 40° ...(ii)

(i) और (ii), को जोड़ने पर हमें प्राप्त होता है

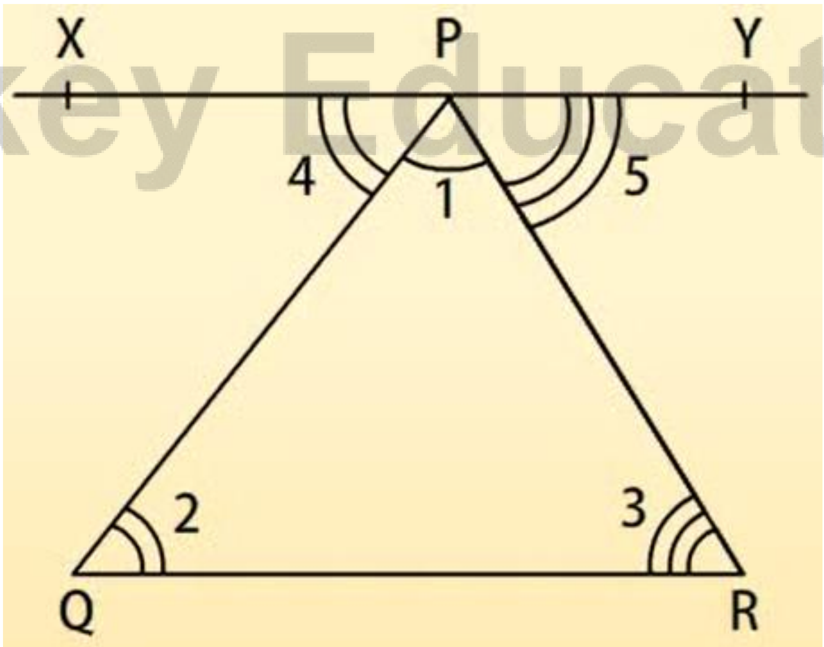
∠XMB + ∠BMY = 45° + 40°

इस प्रकार, ∠XMY = 85°

त्रिभुजों का कोण योग गुण

क्या आप बता सकते हैं त्रिभुज के सभी कोणों का योग कितना होता है?

त्रिभुज के कोणों का योग 180° होता है।



सिद्ध करना है कि: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

अब XPY एक रेखा है।

अतः $\angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180°$ ...(i)

परन्तु XPY II QR और PQ, PR तिर्यक रेखाएं हैं।

इसलिए, $\angle 4 = \angle 2$ और $\angle 5 = \angle 3$

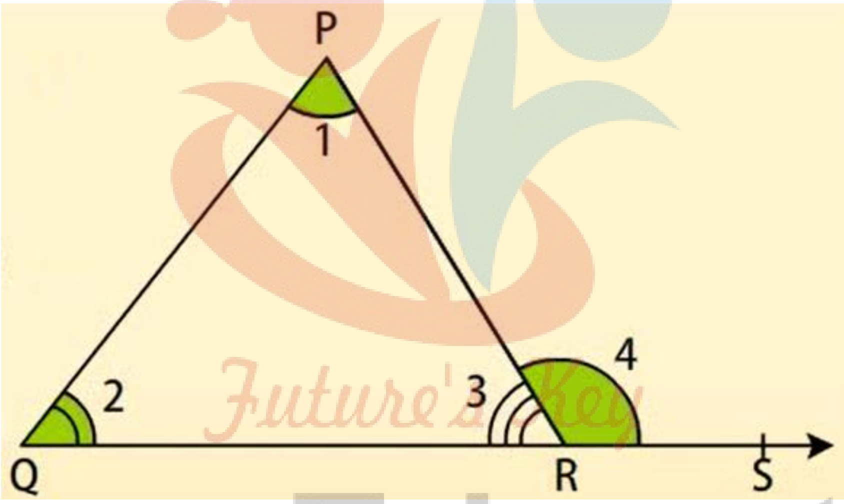
(एकांतर कोणों के युग्म)

अब $\angle 4$ और $\angle 5$ के मान (i), रखने पर

$\angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180°$

या $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$

प्रमेय:



$\angle 3 + \angle 4 = 180°$ ...(i) (कोणों का रैखिक युग्म)

21+22+ 23= 180°...(ii)

(त्रिभुज के सभी कोणों का योग)

(i) और (ii), के आधार पर हम कह सकते हैं।

$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

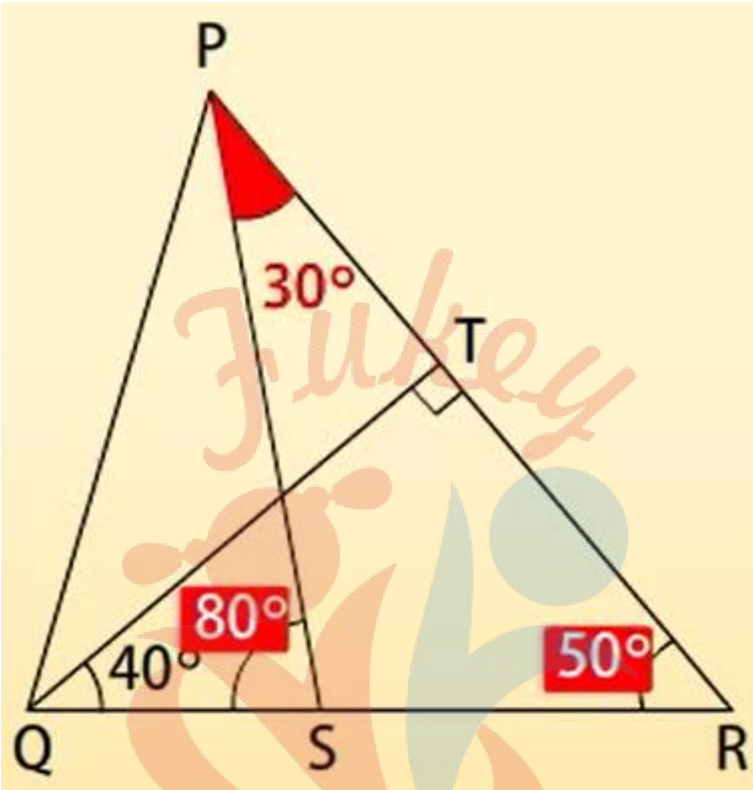
यदि एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए, तो इस प्रकार बना बहिष्कोण दोनों अंतः अभिमुख (विपरीत) कोणों के योग के बराबर होता है।

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

इस प्रमेय से यह स्पष्ट है कि किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण अपने दोनों अंतः अभिमुख कोणों में से प्रत्येक से बड़ा होता है।

उदाहरण: यदि QT $\perp$ PR, $\angle$TOR = 40° और $\angle$SPR = 30°, तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल: $\triangle$TOR में,

90° + 40° + x = 180°

(त्रिभुजों के कोण योग गुण के कारण)

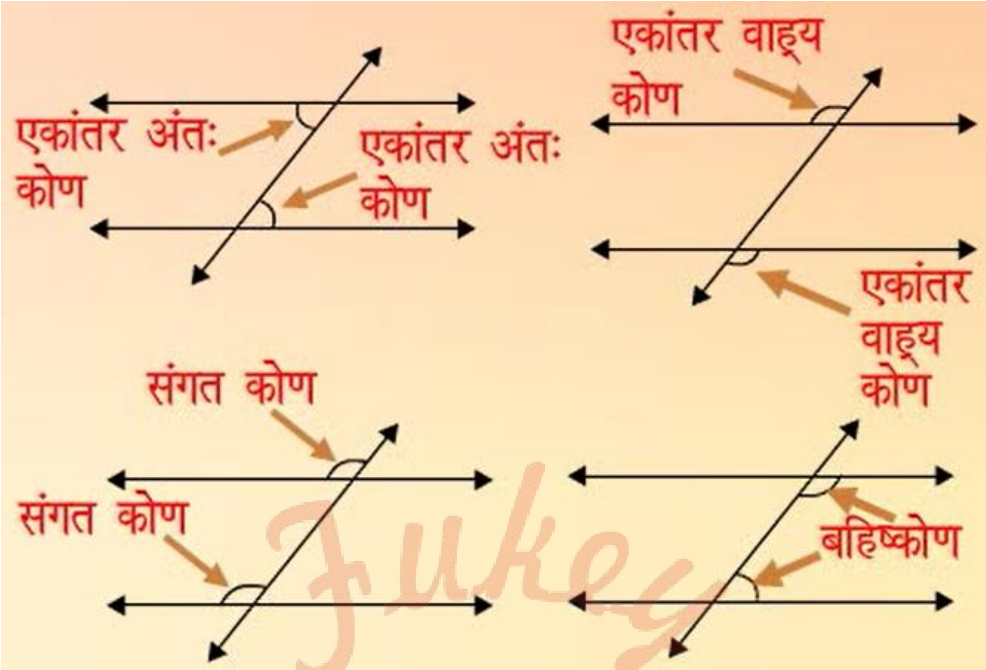
अतः x = 50°

साथ ही, y = $\angle$SPR + x (बहिष्कोण गुण)

अतः y = 30° + 50° = 80°

- एकांतर अंतः कोण, एकांतर वाह्य कोण, संगत कोण और तिर्यक रेखा के एक ही ओर के एकांतर कोण विभिन्न कोणों के नाम हैं जो रेखाओं के प्रतिच्छेद करने पर बनते हैं। इन नामों का प्रयोग तब करते हैं जब रेखाएं समांतर होती हैं और जब वे समांतर नहीं होती हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



एकांतर वाहय कोण

संगत कोण

संगत कोण

बहिष्कोण

सारांश

- यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो तो इस प्रकार बने आसन्न कोणों का योग 180° होता है और इसका विलोम भी सत्य है। इस गुण को रैखिक युग्म अभिगृहीत कहते हैं।
- यदि दो रेखाएं परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं तो उनके शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो

  (क) संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

  (ख) एकांतर अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

  (ग) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि या तो,

  (क) संगत कोणों का कोई युग्म बराबर हो या

  (ख) एकांतर अंतः कोणों का कोई युग्म बराबर हो या

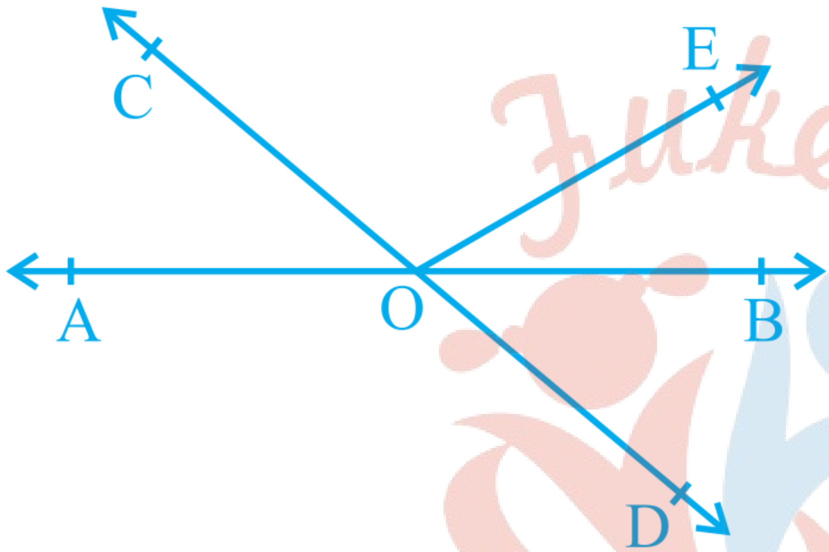
  (ग) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का कोई एक युग्म संपूरक हो, तो ये दोनों रेखाएं समांतर होती हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 6.1 (पृष्ठ संख्या 117-118)

प्रश्न 1 आकृति में रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि ∠AOC + ∠BOE = 70° है और ∠BOD = 40° है तो ∠BOE और प्रतिवर्ती ∠COE ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\angle BOD = 40^\circ$

$\angle AOC = \angle BOD$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle AOC = 40^\circ$

$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ (दिया है)

$\angle BOE = 70^\circ$

$\angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$

$\angle BOE = 30^\circ$

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है।

इसलिए, $\angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

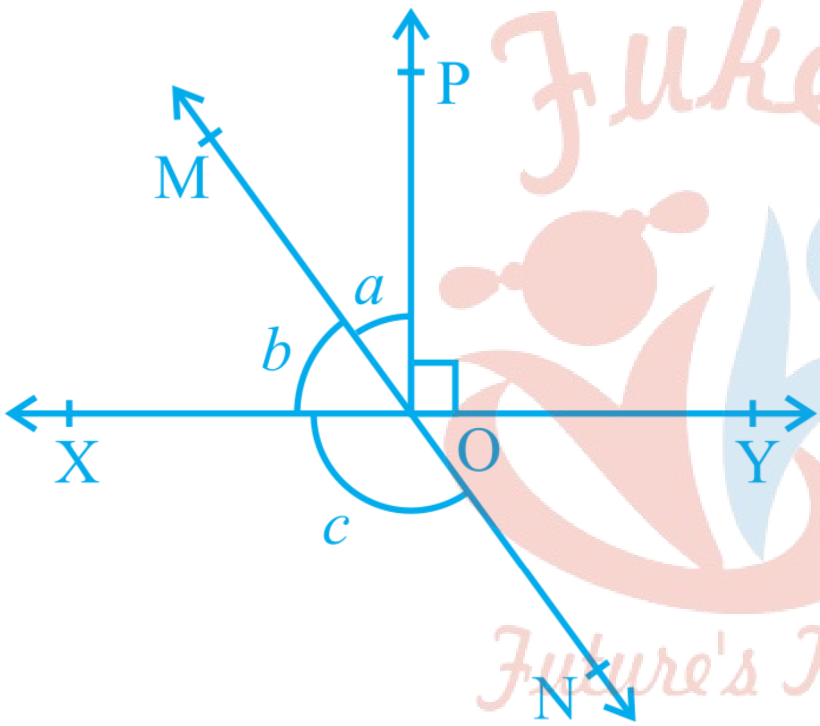
$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ$

$\Rightarrow \angle COE = 110^\circ$

प्रतिवर्ती $\angle COE = 360 - 110^\circ = 250^\circ$

प्रश्न 2 आकृति में रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि ∠POY = 90° और a : b = 2 : 3 है तो c ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\angle POY = 90^\circ$ (दिया है)

माना $\angle a$ और $\angle b = 2x$ और $3x$ है

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है

इसलिए, $\angle a + \angle b + \angle POY = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow 2x + 3x + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 90^\circ$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\Rightarrow 5x = 90^\circ$

$\Rightarrow x = 18^\circ$

अब, $\angle a = 2x18^\circ = 36^\circ$

$b = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$

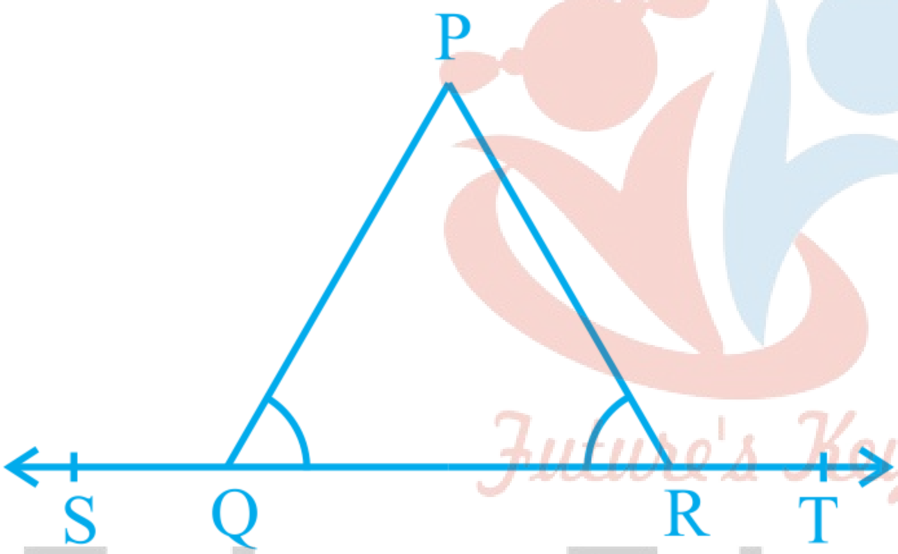
यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है।

$\angle b + \angle c = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\angle 54^\circ + \angle c = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle c = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

प्रश्न 3 आकृति में ∠PQR = ∠PRQ है, सिद्ध कीजिए कि ∠PQS = ∠PRT है।



उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिया है- $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है- $\angle PQS = \angle PRT$

प्रमाण-

$\angle PQS = \angle PQS = 180^\circ \ldots (1)$ रैखिक युग्म

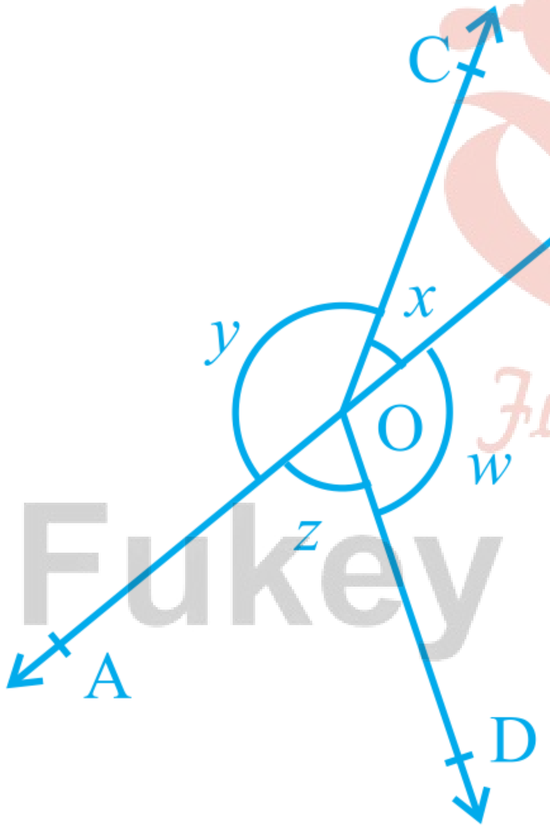
$\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ \ldots (2)$ रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$ ($\angle PQR = \angle PRQ$ दिया है)

$\angle PQS = \angle PRT$ सिद्ध हुआ।

प्रश्न 4 आकृति में यदि x + y = w + y है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है।



उत्तर- दिया है- x + y = w + z

सिद्ध करना है-AOB एक सरल रेखा है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रमाण- x + y + w + z = 360°

अथवा x + y + x + y = 360°

⇒ 2x + 2y = 360°

⇒ 2(x + y) = 360°

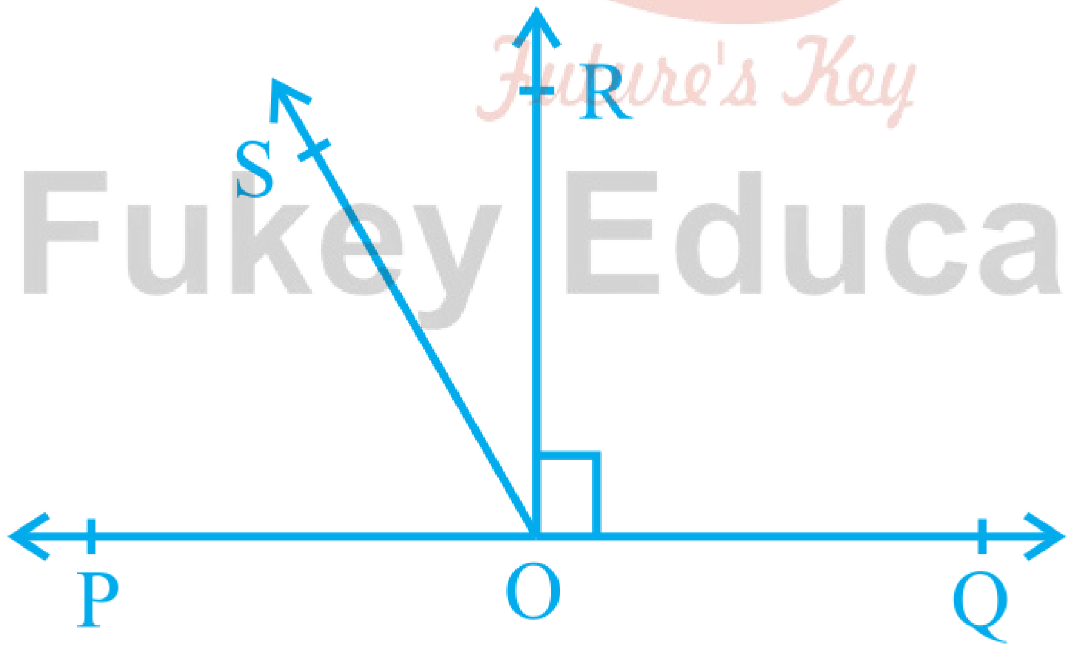
⇒ x + y = 180° (रैखिक युग्म)

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है। अत: AOB एक सरल रेखा है|

इति सिध्दम।

प्रश्न 5 आकृति में POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए:

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$



उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिया है- POQ एक रेखा है और $OR \perp PQ$ तथा $OS \angle PQR$ के बीच एक किरण है।

सिद्ध करना है-

$\angle ROQ = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$

प्रमाण- $\angle ROQ = 90^\circ$ (दिया है)

अब, $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ [रैखिक युग्म]

$\Rightarrow \angle POR + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle POR = 180^\circ - 90^\circ$

$\Rightarrow \angle POR = 90^\circ$

$\angle ROS = \angle POR - \angle POS \ldots (1)$

और

$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ \ldots (2)$

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$

अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$

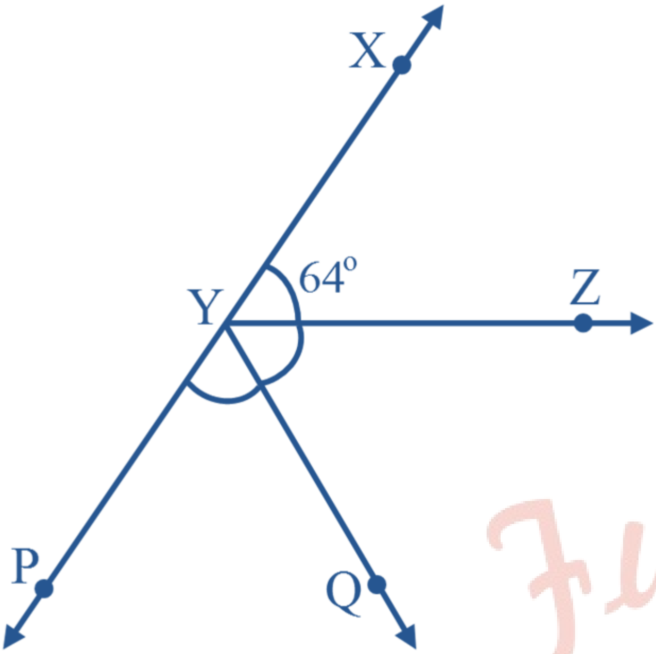
अथवा $2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$

$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$ इति सिद्धम।

प्रश्न 6 आकृति में यह दिया है कि ∠XYZ = 64° है और XY को बिंदु P तक बढाया गया है। दी हुई सुचना से एक आकृति खींचिए। यदि किरण YQ, ∠ZYP को समद्विभाजित करती है, तो ∠XYQऔर प्रतिवर्ती ∠QYP के मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



$\angle XYZ = 64°$

yq, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है,

इसलिए

$\angle QYP = \angle ZYQ \ldots (1)$

XY को बिंदु P तक बढाया गया है।

$\therefore$ XYP एक सरल रेखा है।

अतः $\angle XYZ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow 64° + \angle QYP + \angle QYP = 180°$

$\Rightarrow 2\angle QYP = 180° - 64°$

$\Rightarrow 2\angle QYP = 116°$

$\Rightarrow \angle QYP = 58°$

$\Rightarrow \angle QYP = \angle ZYQ = 58°$

$\Rightarrow \angle XYQ = \angle XYQ + \angle ZYQ$

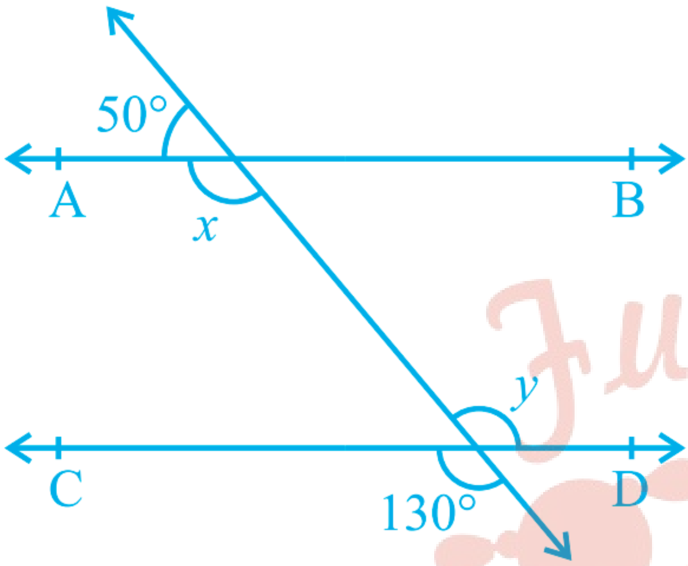
$= 64° + 58° = 122°$

प्रतिवर्ती $\angle QYP = 360° - 58° = 302°$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्नावली 6.2 (पृष्ठ संख्या 125-126)

प्रश्न 1 आकृति में x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि AB || CD है।



उत्तर- $x + 50° = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow x = 180° - 50°$

$\Rightarrow x = 130°$

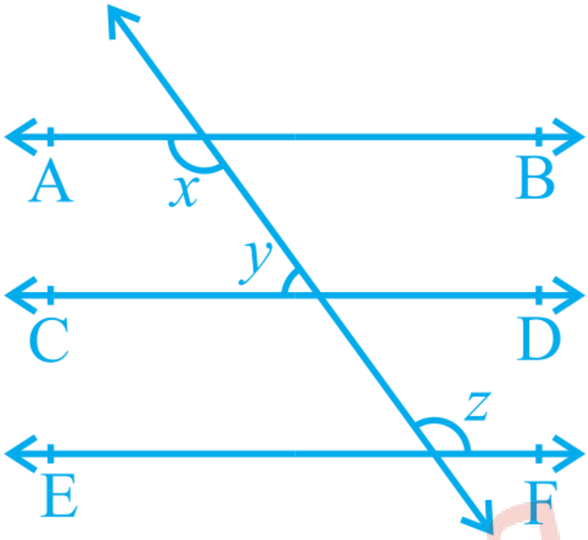
$y = 130°$

$x = y = 130°$ (एकांतर कोण गुणधर्म से)

AB || CD

प्रश्न 2 आकृति में यदि AB || CD, CD || EF और $y : z = 3 : 7$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

Fukey Education



उत्तर- AB || CD ...(1) दिया है

CD || EF ... (2) दिया है

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते है कि

AB || EF ...(3)

$\therefore$ x = z ...(4) एकांतर कोण

अब, y = 3k तथा z = 7k माना

AB || CD दिया है,

$\therefore$ x + y = 180° (एक ही ओर के अंत: कोणों का योग)

अथवा z + y = 180°

$\Rightarrow$ 7k + 3k = 180°

$\Rightarrow$ 10k = 180°

$\Rightarrow$ k = 18°

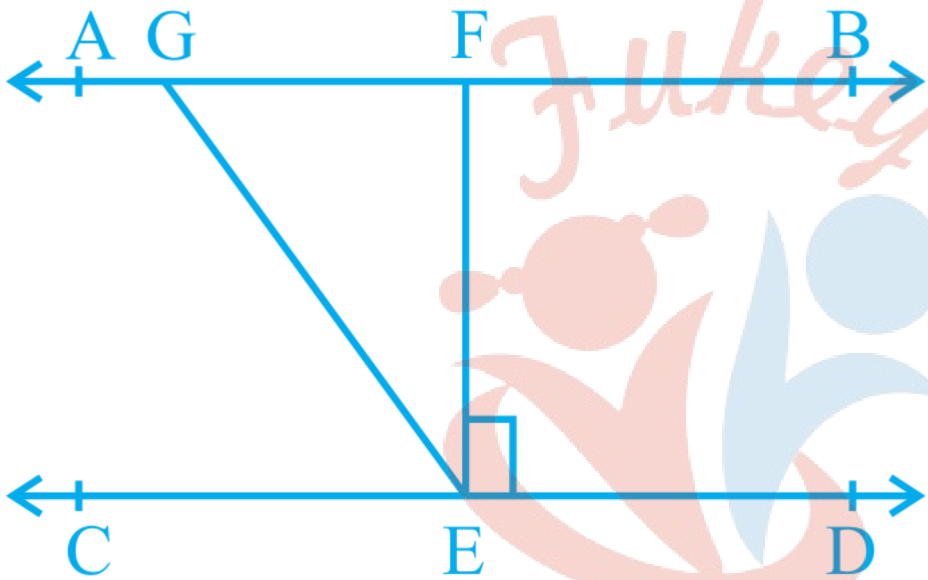
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

चूँकि x = z समी० (4) से

$\therefore x = 7k$

$= 7 \times 18° = 126°$

प्रश्न 3 आकृति में यदि AB || CD, EF⊥CD और ∠GED = 126° है, तो ∠AGE, ∠GEF और ∠FGE ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\angle GED = 126°$

AB || CD दिया है।

$\therefore \angle AGE = \angle GED$ (एकांतर कोण)

अतः- $\angle AGE = 126°$

$\angle GED = 126°$

$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126°$

$\angle GEF + \angle FED = 126°$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ \ (\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90^\circ)$$

$$\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ$$

$$\angle GEF = 36^\circ$$

अब,

$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

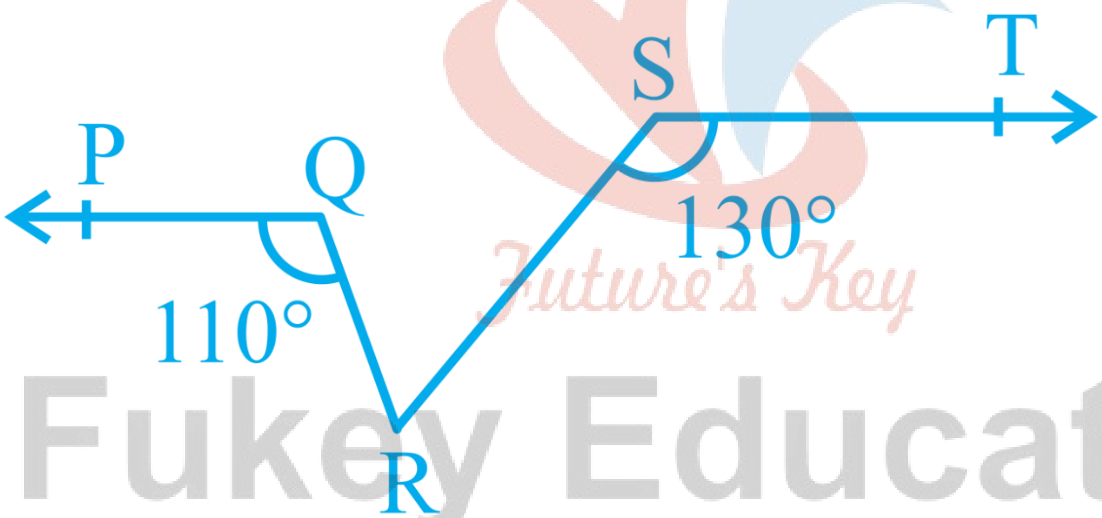
$$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$$

$$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$$

$$\angle FGE = 54^\circ$$

$\angle AGE = 126^\circ, \angle GEF = 36^\circ$ और $\angle FGE = 54^\circ$

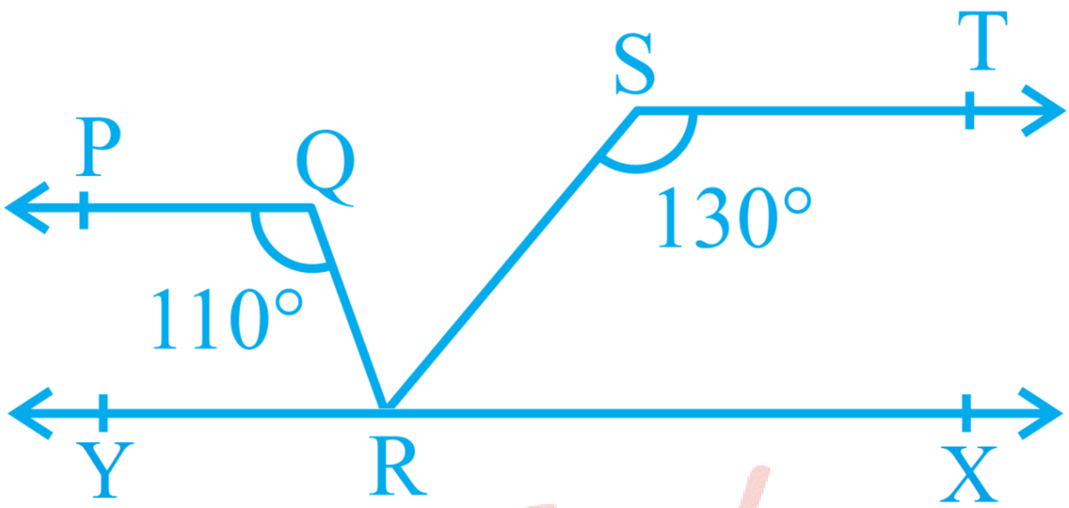
प्रश्न 4 आकृति में यदि PQ || ST, ∠PQR = 110° और ∠RST = 130° है, तो ∠QRS ज्ञात कीजिए।



[संकेत- बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिचिए।]

उत्तर- **रचना-** बिंदु R से होकर XY || ST खिंचा।

PQ || ST ...(1) दिया है।



XY || ST ...(2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

PQ || XY ... (3)

XY || ST रचना से

∠RST + ∠SRY = 180° (एक ही ओर के अंत:कोणों का योग)

⇒ 130° + ∠SRY = 180°

⇒ ∠SRY = 180° − 130°

∠SRY = 50°

PQ || XY ...(3) से

∴ ∠PQR = ∠QRY (एकांतर कोण)

110° = ∠QRS + ∠SRY

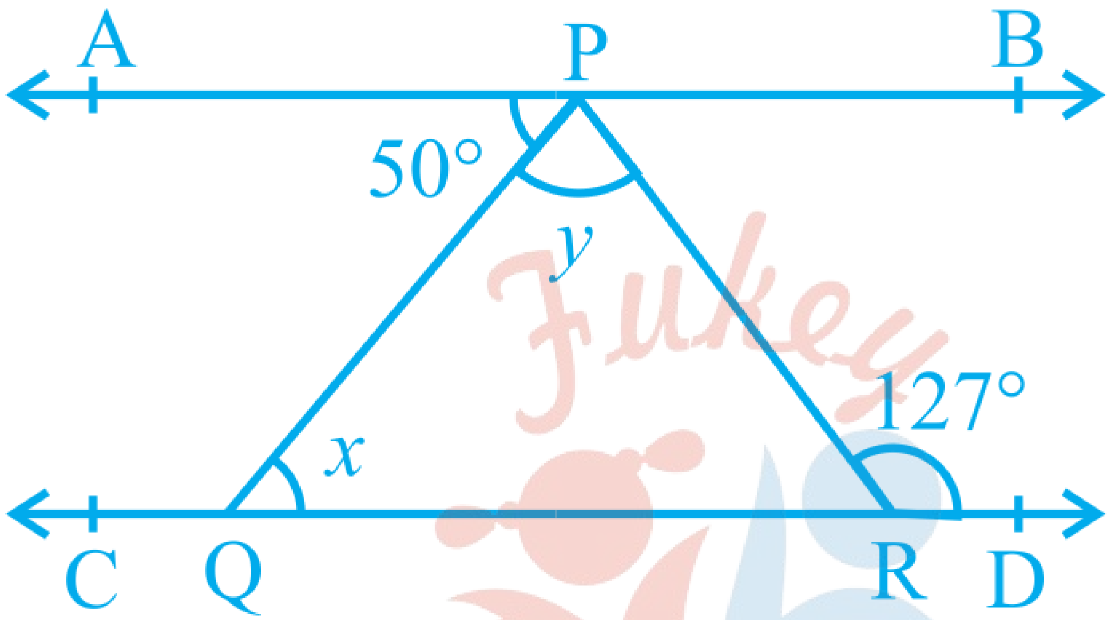
110° = ∠QRS + 50°

∠QRS = 110° − 50°

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\angle QRS = 60°$

प्रश्न 5 आकृति में यदि AB || CD, $\angle APQ = 50°$ और $\angle PRD = 127°$ है, तो x और Y ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\angle APQ = 50°$ और $\angle PRD = 127°$

AB || CD दिया है।

$\therefore \angle APQ = \angle PQR$ (एकांतर कोण)

या $x = 50°$

पुनः $\angle APR = \angle PRD$ (एकांतर कोण)

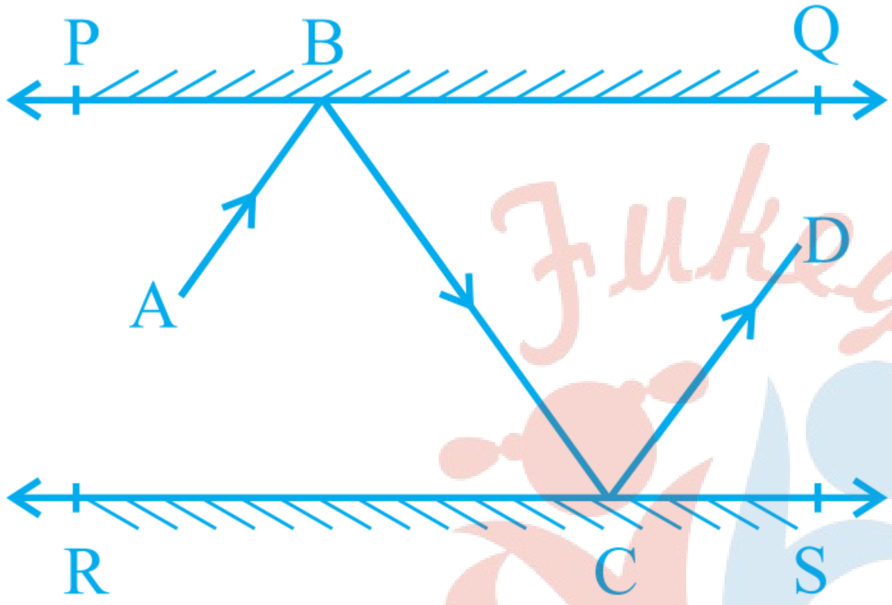
$\Rightarrow y + 50° = 127°$

$\Rightarrow y = 127° - 50°$

$\Rightarrow y = 77°$

$x = 50°$ और $y = 77°$

प्रश्न 6 आकृति में PQ और RS दो है जो एक दूसरे के समान्तर रखे गए है। या आपतन किरण (incident ray) AB, दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवर्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि AB || CD है।



उत्तर-

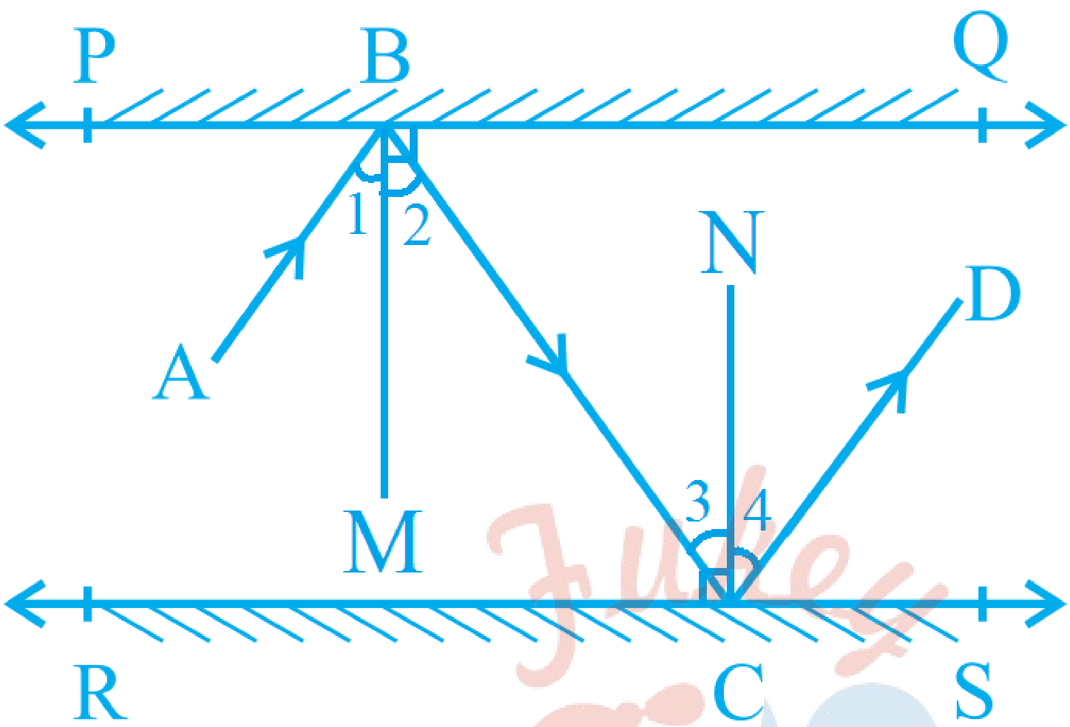
दिया है- PQ || RS और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है।

सिद्ध करना है- AB || CD

रचना-

BM⊥PQBM⊥PQ और CN⊥RSCN⊥RS खिंचा।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



प्रमाण-

BM ⊥ PQ और CN ⊥ RS

∴ BM || CM और BC एक तिर्यक रेखा है।

∴ ∠2 = ∠3 ...(1) (एकांतर अंत:कोण)

जबकि हम जानते है कि-

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं।

∴ ∠1 = ∠2 ...(2)

इसी प्रकार,

∴ ∠3 = ∠4 ...(3)

समी० (1), (2) और (3) से हम पाते है।

∠1 = ∠4 ...(4)

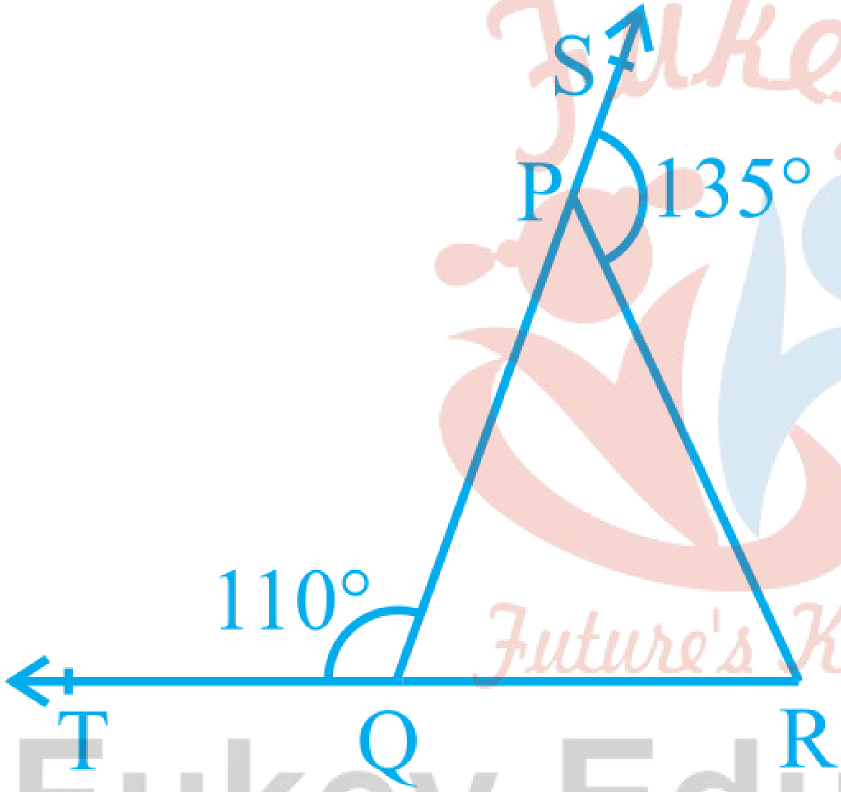
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\angle ABC = \angle BCD$ (एकांतर अत: कोण)

इसलिए, AB || CD इति सिध्दम।

प्रश्नावली 6.3 (पृष्ठ संख्या 129-131)

प्रश्न 1 △ PQR की भुजाओं QP और RQ को क्रमश: बिन्दुओं S और T तक बढाया गया है। यदि $\angle SPR = 135°$ है और $\angle PQT = 110°$ है, तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\angle QPR + \angle SPR = 180°$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow \angle QPR + 135° = 180°$

$\Rightarrow \angle QPR = 180° - 135°$

$\Rightarrow \angle QPR = 45°$

इसी प्रकार,

$\angle PQR + \angle TQP = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$\Rightarrow \angle PQR + 110^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$

$\Rightarrow \angle PQR = 70^\circ$

अब त्रिभुज PQR में,

$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$

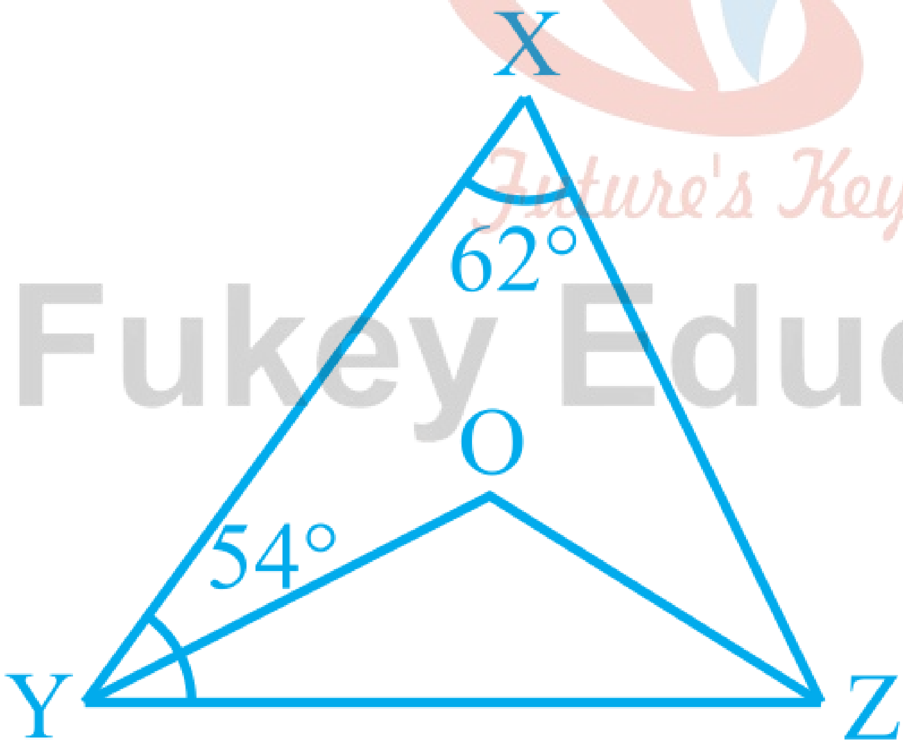
$45^\circ + 70^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$

$115^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$

$\angle PRQ = 180^\circ - 115^\circ$

$\angle PRQ = 65^\circ$

प्रश्न 2 आकृति में, $\angle x = 62^\circ$ और $\angle XYZ = 54^\circ$ है। यदि YO और ZO क्रमशः $\triangle XYZ$ के $\angle XYZ$ और $\angle XZY$ के समद्विभाजक हैं, तो $\angle OZY$ और $\angle YOZ$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\triangle XYZ$ में,

$\angle x + \angle XYZ + \angle XZY = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)

$62^\circ + 54^\circ + \angle XZY = 180^\circ$

$\angle XZY = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ)$

$= 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$

YO, $\angle XYZ$ का और $\angle O$, $\angle XZY$ का समद्विभाजन है।

$\angle OYZ = \frac{1}{2}\angle XY\angle$ और $\angle OZY = \frac{1}{2}XZY$

$\angle OYZ = \frac{1}{2} \times 54^\circ$ और $\angle OZY = \frac{1}{2} \times 64^\circ$

$\angle OYZ = 27^\circ$ और $\angle OZY = 32^\circ$

तब $\triangle OYZ$ में,

$\angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180^\circ$ (त्रिभुज के सभी अन्त:कोणों का योग 180° होता है।)

$27^\circ + 32^\circ + \angle YOZ = 180^\circ$

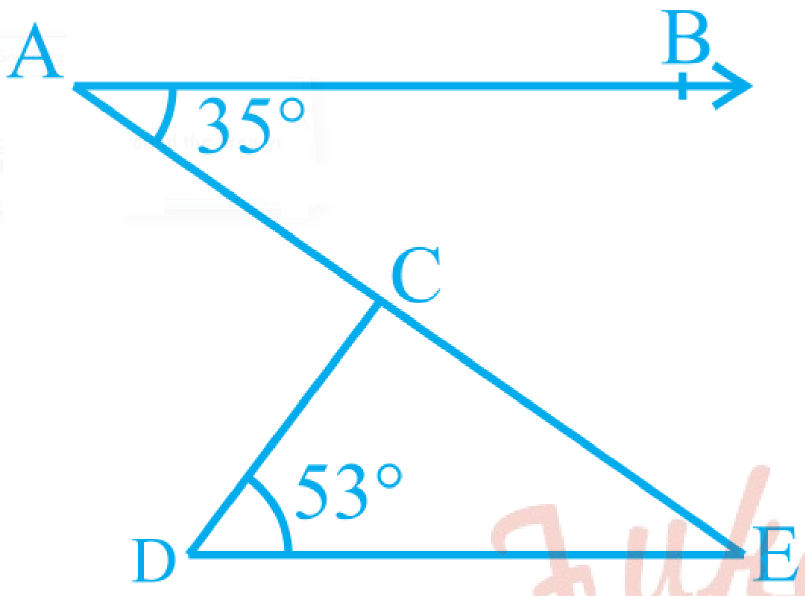
$\angle YOZ = 180^\circ - (27^\circ + 32^\circ)$

$= 180^\circ - 59^\circ$

$\angle YOZ = 121^\circ$

$\angle OZY = 32^\circ$ तथा $\angle YOZ = 121^\circ$

प्रश्न 3 आकृति में, यदि AB || DE, ∠BAC = 35° और ∠CDE = 53° है, तो ∠DCE ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

AB || DE और ऋजु रेखा AE इन्हें काटती है। तब,

$\angle BAE = \angle AED$ (एकांतर कोण)

परन्तु $\angle BAE = \angle BAC$ और $\angle AED = \angle CED$

$\angle BAC = \angle CAD$ या $= \angle CED$

$\angle CED = 35^\circ$

तब $\triangle CED$ में,

$\angle CDE + \angle CED + \angle DCE = 180^\circ$ (त्रिभुज के सभी अन्त:कोणों को योग 180° होता है)

$53^\circ + 35^\circ + \angle DCE = 180^\circ$

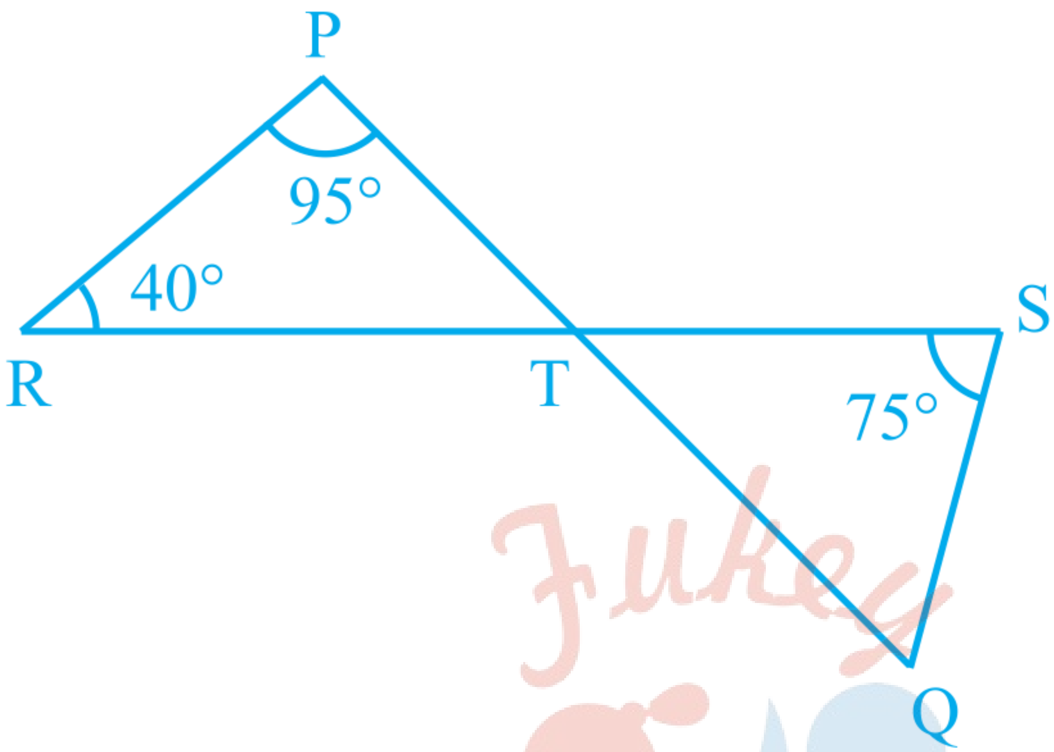
$\angle DCE = 180^\circ - (53^\circ + 35^\circ)$

$= 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$

अतः $\angle DCE = 92^\circ$

प्रश्न 4 यदि रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि ∠PRT = 40° ∠RPT = 95° और ∠TSQ = 75° है, तो ∠SQT ज्ञात कीजिए।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



उत्तर-

$\triangle PRT$ में,

$\angle PRT + \angle RPT + \angle PTR = 180^\circ$ (त्रिभुज के अन्त:कोणों का योग 180° होता है)

$40^\circ + 95^\circ + \angle PTR = 180^\circ$

$\angle PTR = 180^\circ - (95^\circ + 40^\circ)$

$= 180^\circ - 135^\circ$

$\angle PTR = 45^\circ$

ऋजु रेखाएँ P और RS परस्पर बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$\angle QTS = \angle PTR$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle QTS = 45^\circ (\angle PTR = 45^\circ)$

अब $\triangle QTS$ में,

$\angle QTS + \angle TSQ + \angle SQT = 180^\circ$ [त्रिभुज के सभी अन्तः कोणों का योग 180° होता है।]

Fukey Education

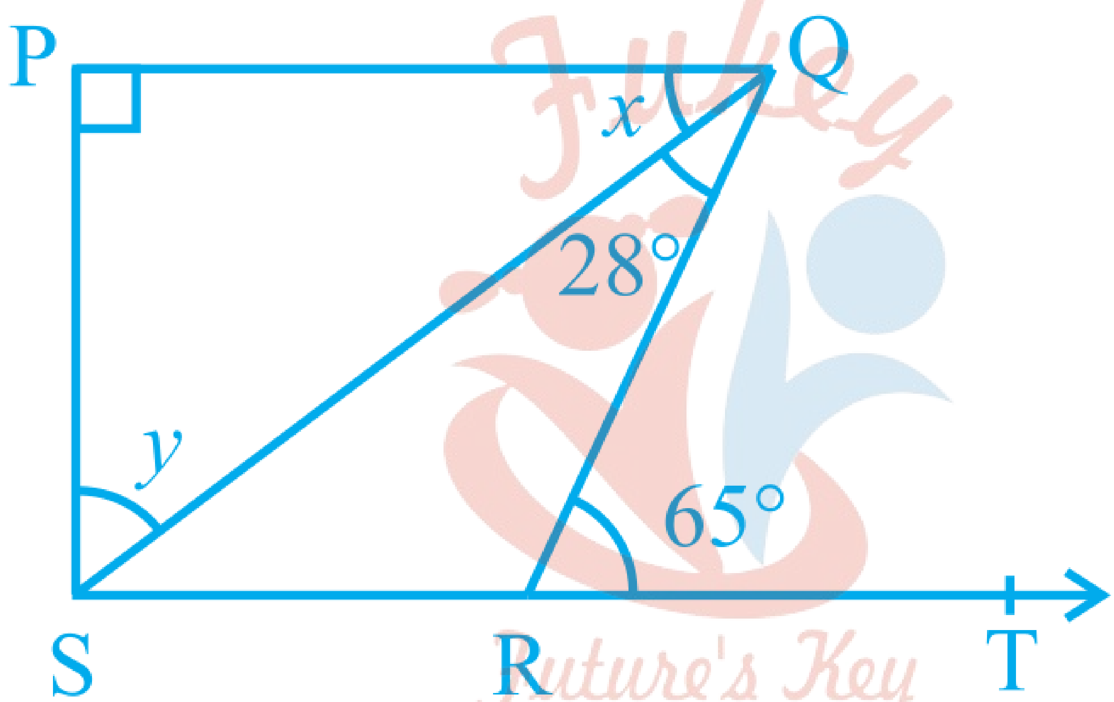
$45^\circ + 75^\circ + \angle SQT = 180^\circ$

$\angle SQT = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ)$

$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\angle SQT = 60^\circ$

प्रश्न 5 यदि PQ ⊥ PS, PQ || SR, ∠SQR = 28° और ∠QRT = 65° है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\triangle QRS$ में,

$\angle SQR + \angle QSR =$ बहिष्कोण $\angle QRT$

$28^\circ + \angle QSR = 65^\circ$

$\angle QSR + 65^\circ - 28^\circ = 37^\circ$

अब :: PQ || SR और QS एक तिर्यक प्रतिच्छेदी रेखा है,

$\angle PQS = \angle QSR$ (एकांतर कोण)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$x = 37^\circ (\angle PQS = x, \angle QSR = 37^\circ)$

$PQ \perp PS$

$\angle P = 90^\circ$

$\triangle PQS$ में, $\angle p + \angle PQS + \angle PSQ = 180^\circ$ [त्रिभुज के तीनों अन्त:कोणों का योग 180° होता है।]

$90^\circ + x + y = 180^\circ$

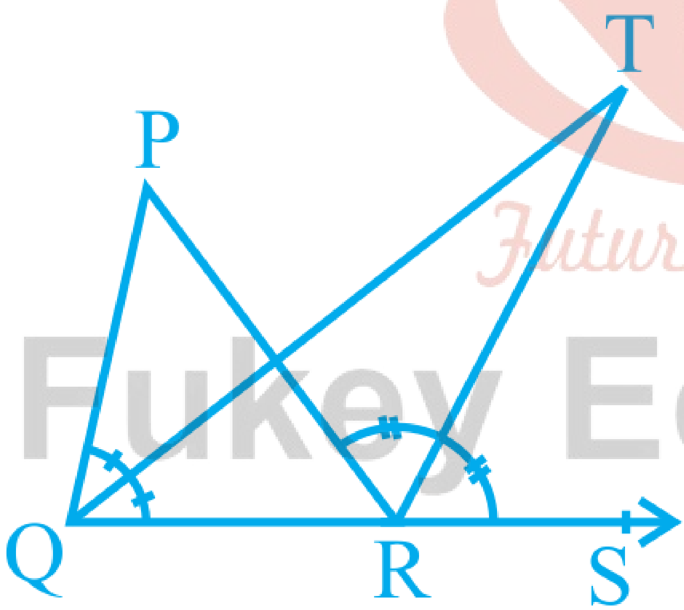
$\Rightarrow x + y = 90^\circ$

$\Rightarrow 37^\circ + y = 90^\circ$

$\Rightarrow y = 90 - 37^\circ$

$\Rightarrow y = 53^\circ$ अतः $x = 37^\circ$ तथा $y = 53^\circ$

प्रश्न 6 $\triangle PQR$ की भुजा QR को P बिन्दु S तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PRS$ और $\angle PRS$ के समद्विभाजक बिन्दु T पर मिलते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle QTR = \frac{1}{2} QPR$ है।



उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\triangle PQR$ में,

$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180^\circ \ldots (1)$

तथा $\triangle TQR$ में,

$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = 180^\circ \ldots (2)$

समीकरण (1) व (2) से,

$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$

$\angle TQR + (\angle PRQ + \angle PRT) + \angle QTR$
$= \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR \; [\angle QRT = \angle PRQ + \angle PRT]$

$\angle TQR + \angle PRQ + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$

$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle QPR \ldots (3)$

चूँकि QT, $\angle PQR$
का समद्विभाजक है।

$\angle TQR = \frac{1}{2}\angle PQR$ या $PQR = 2\angle TQR \ldots (4)$

समीकरण (3) व समीकरण (4) से,

$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = 2\angle TQR + \angle QPR$

$\angle PRT = \angle QTR = \angle TQR + \angle QPR \ldots (5)$

चूँकि RT, $\angle PRS$ का समद्विभाजक है।

$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS$

और $\angle PRS, \triangle PQR$ का बहिष्कोण है।

$\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$

$\angle PRS = 2\angle TQR + \angle QPR \ldots (6)$

$\angle PRT = \frac{1}{2}\angle PRS = \frac{1}{2}(2\angle TQR + \angle QPR)$

$\angle PRT = \angle TQR + \frac{1}{2}\angle QPR$

Fukey Education

समीकरण (5) में से समीकरण (7) को घटाने पर,

$$\angle QTR = \angle QPR - \frac{1}{2}\angle QPR$$

$\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR$ सिद्ध.

Fukey Education