गणित

अध्याय-4: दो चरों वाले रैखिक समीकरण

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

एक समीकरण ऐसा कथन है जिसमें एक व्यंजक दूसरे व्यंजक के बराबर होता है। $ax + by + c = 0$, के रूप की समीकरण, जहाँ a, b और c वास्तविक संख्याएँ हैं, ताकि $a \neq 0$ आरै $b \neq 0$ हो, दो चरों में एक रैखिक समीकरण कहलाती है।

किसी रैखिक समीकरण के हल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता, जब

1) समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही संख्या जोड़ी जाए (या उनमें से एक ही संख्या घटाई जाए)।
2) समीकरण के दोनों पक्षों को एक ही शून्येतर संख्या से गुणा किया (या भाग दिया) जाए।

रैखिक समीकरण के हल

दो चरों वाली एक रैखिक समीकरण के अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं। दो चरों वाली प्रत्येक रैखिक समीकरण का आलेख एक सरल रेखा होता है तथा इस आलेख (सरल रेखा) पर स्थित प्रत्येक बिंदु उस रैखिक समीकरण का एक हल निरूपित करता है। इस प्रकार, रैखिक समीकरण के प्रत्येक हल को समीकरण के आलेख पर एक अद्वितीय बिंदु द्वारा निरूपित कर सकते हैं। $x = a$ और $y = a$ के आलेख क्रमशः y-अक्ष और x-अक्ष के समांतर रेखाएँ हैं।

रैखिक समीकरण के सापेक्ष किसी बिंदु की स्थिति ज्ञात करना

किसी दिए हुए बिंदु की स्थिति क्या है इसको ज्ञात करने के लिए रैखिक समीकरण में x और y मान को रखते हैं अगर वह समीकरण को पूर्णतया संतुष्ट करता है तो बिंदु रेखा पर स्थित है अन्यथा नहीं तथा बिंदु की रेखा से निकटतम दूरी कितनी है इसे भी आसानी से ज्ञात किया जा सकता है एक उदाहरण के माध्यम से इसे समझने का प्रयास करते हैं।

हल सहित उदाहरण

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ समीकरण 3x + 4y = 12 का आलेख x-अक्ष और y-अक्ष को काटता है।

हल:

रैखिक समीकरण 3x + 4y = 12 का आलेख x-अक्ष को उस बिंदु पर काटता है जहाँ y = 0 है।

रैखिक समीकरण में, y = 0 रखने पर, हमें 3x = 12, अर्थात् x = 4 प्राप्त होता है। इस प्रकार, वाँछित बिंदु (4, 0) है।

रैखिक समीकरण 3x + 4y = 12 का आलेख y- अक्ष को उस बिंदु पर काटता है, जहाँ x = 0 है। दी हुई समीकरण में, x = 0 रखने पर, हमें 4y = 12, अर्थात् y = 3 प्राप्त होता है। इस प्रकार, वाँछित बिंदु (0, 3) है।

अक्ष के सापेक्ष रेखा की स्थिति

1. यदि कोई रेखा x-अक्ष पर है तो वहाँ y = 0 होगा और यदि रेखा y-अक्ष पर है तो x = 0 होगा।
2. यदि कोई रेखा x-अक्ष के समान्तर है तो x के विभिन्न मानों के लिए y का मान निश्चित होगा और यदि रेखा y-अक्ष के समान्तर है तो y के विभिन्न मानों के लिए x का मान निश्चित होगा
3. मूल बिंदु से होकर गुजरने वाली रेखा का समीकरण ax + by = 0 होता है।

Fukey Education

हल सहित उदाहरण

रैखिक समीकरण x + y = 5 का आलेख उस रेखा को किस बिंदु पर काटता है जो y- अक्ष के समांतर है, मूलबिंदु से 2 मात्रक की दूरी पर है तथा x-अक्ष की धनात्मक दिशा में है।

हल:

उस रेखा पर स्थित बिंदुओं के निर्देशांक, जो y-अक्ष के समांतर हैं, मूलबिंदु से 2 मात्रक की दूरी पर हैं तथा x- अक्ष की धनात्मक दिशा में हैं, (2, a) के रूप के होंगे। समीकरण x + y = 5 में, x = 2 आरै y = a रखने पर, a = 3 प्राप्त होता है। इस प्रकार, वाँछित बिंदु (2, 3) है।

समीकरण 2x + 5y = 20 के आलेख पर वह बिंदु निर्धारित कीजिए जिसका x- निर्देशांक कोटि का 5/2 गुना है।

क्योंकि बिंदु का ग- निर्देशांक उसकी कोटि का $\frac{5}{2}$ गुना है, इसलिए $x = \frac{5}{2}y$ है।

अब 2x + 5y = 20 में $x = \frac{5}{2}y$ रखने पर, y = 2 प्राप्त होता है।

अतः x = 5 है, इसलिए वांछित बिंदु (5, 2) है।

दो चरों वाले रैखिक समीकरण के प्रयोग

रैखिक समीकरणों के उपयोग से संख्याओं, आयु, परिमापों तथा मुद्रा के रूप में प्रयोग होने वाले सिक्कों व नोटों पर आधारित अनेक प्रकार की समस्याएँ हल की जा सकती हैं।

रैखिक बहुपद घात

एक रैखिक बहुपद घात एक का बहुपद होता है, अर्थात, चर का उच्चतम घातांक एक होता है, जैसे: ax + by + c = 0 जिसमें a, b और c वास्तविक संख्याएं हैं तथा a ≠ 0 और b ≠ 0

रैखिक समीकरण के उपयोग वाले उदाहरण

किसी पिंड पर एक अचर बल लगाने पर, उसके द्वारा किया गया कार्य उस अचर बल और बल की दिशा में पिंड द्वारा चली गई दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। अचर बल 3 मात्रक लेते हुए, इस तथ्य को एक रैखिक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए तथा उसका आलेख खींचिए। किया गया कार्य कितना है, जब चली गई दूरी 2 मात्रक है।

उत्तर:

किया गया कार्य = (अचर बल) × (दूरी)

= 3 × (दूरी),

अर्थात्, y = 3x है, जहाँ y (मात्रक) किया गया कार्य है तथा x (मात्रक) चली गई दूरी है। क्योंकि x = 2 मात्रक (दिया) है, अतः, किया गया कार्य = 6 मात्रक है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

हम देखते हैं कि x = 0, y = 0 इस समीकरण को संतुष्ट करता है तथा x = 1, y = 3 भी इस समीकरण को संतुष्ट करता है।

उदाहरण

उदाहरण 1. एक नोटबुक की कीमत एक कलम की कीमत से दो गुनी है। इस कथन को निरूपित करने के लिए दो चरों वाला एक रैखिक समीकरण लिखिए। (संकेत मान लीजिए, नोटबुक की कीमत x रु है और कलम की कीमत y रु है)।

हल:

माना पेन की कीमत = y रुपया है

और नोटबुक की कीमत = x रुपया है

प्रश्नानुसार,

नोटबुक की कीमत = 2 (पेन की कीमत)

$x = 2y$

$\Rightarrow x - 2y = 0$

उदाहरण 2. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए और प्रत्येक स्थिति में a, b और c के मान बताइए:

(i) $2x + 3y = 9.35$

(ii) $x - 5y - 10 = 0$

(iii) $-2x + 3y = 6$

हल:

(i) $2x + 3y = 9.35$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 2x + 3y - 9.35 = 0$

अत: $a = 2, b = 3, c = -9.35$

हल:

(ii) $x - 5y - 10 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\Rightarrow x - 5y - 10 = 0$

अत: , a = 1, b = -5, c = -10

हल:

(iii) $-2x + 3y = 6$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow -2x + 3y - 6 = 0$

अत:, a = - 2, b = 3, c = - 6

उदाहरण 3. निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा विकल्प सत्य है, और क्यों?

$y = 3x + 5$ का

(i) एक अद्‌वितीय हल है,

(ii) केवल दो हल है,

(iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं|

हल:

(iii) अपरिमित रूप से अनेक हल हैं|

उदाहरण 4. निम्नलिखित समीकरणों में से प्रत्येक समीकरण के चार हल लिखिए:

(i) $2x + y = 7$

(ii) $\pi x + y = 9$

(iii) $x = 4y$

Fukey Education

हल : (i) $2x + y = 7$

$\Rightarrow 2x + y - 7 = 0$

$\Rightarrow 2x = 7 - y$

$\Rightarrow x = \frac{7-y}{2}$

y = 1 रखने पर

तब, $x = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2}$ $x = 3$

y = (-1) रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-1)}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

x = 4

y = 3

तब, $x = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$

y = (-3) रखने पर

तब, $x = \frac{7-(-3)}{2} = \frac{10}{2} = 5$

x = 5

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है:

x	3	4	2	5
y	1	-1	3	-3

हल : (ii) $\pi x + y = 9$

$\Rightarrow \pi x + y - 9 = 0$

$\Rightarrow \pi x = 9 - y$

$x = \frac{9-y}{\pi}$

$y = 1$ रखने पर

$x = \frac{9-1}{\pi} = \frac{8}{\pi}, \quad x = \frac{8}{\pi}$

$y = 2$ रखने पर

$x = \frac{9-2}{\pi} = \frac{7}{\pi}, \quad x = \frac{7}{\pi}$

$y = 3$ रखने पर

$x = \frac{9-3}{\pi} = \frac{6}{\pi}, \quad x = \frac{6}{\pi}$

$y = 4$ रखने पर

$x = \frac{9-4}{\pi} = \frac{5}{\pi}, \quad x = \frac{5}{\pi}$

अतः x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित हैं:

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

x	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{7}{\pi}$	$\frac{6}{\pi}$	$\frac{5}{\pi}$
y	1	2	3	4

हल : (iii) $x = 4y$

$\Rightarrow x - 4y = 0$

$x = 4y$

समीकरण में $y = 1$ रखने पर

$x = 4(1) = 4, x = 4$

$y = 2$ रखने पर

$x = 4(2) = 8, \ x = 8$

$y = 3$ रखने पर

$x = 4(3) = 12, x = 12$

$y = 4$ रखने पर

$x = 4(4) = 16 \quad x = 16$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है:

x	4	8	12	16
y	1	2	3	4

उदाहरण 5. दो चरों वाले निम्नलिखित रैखिक समीकरण का आलेख खींचिए:

$3 = 2x + y$

हल:

$3 = 2x + y$

$\Rightarrow y = 3 - 2x$

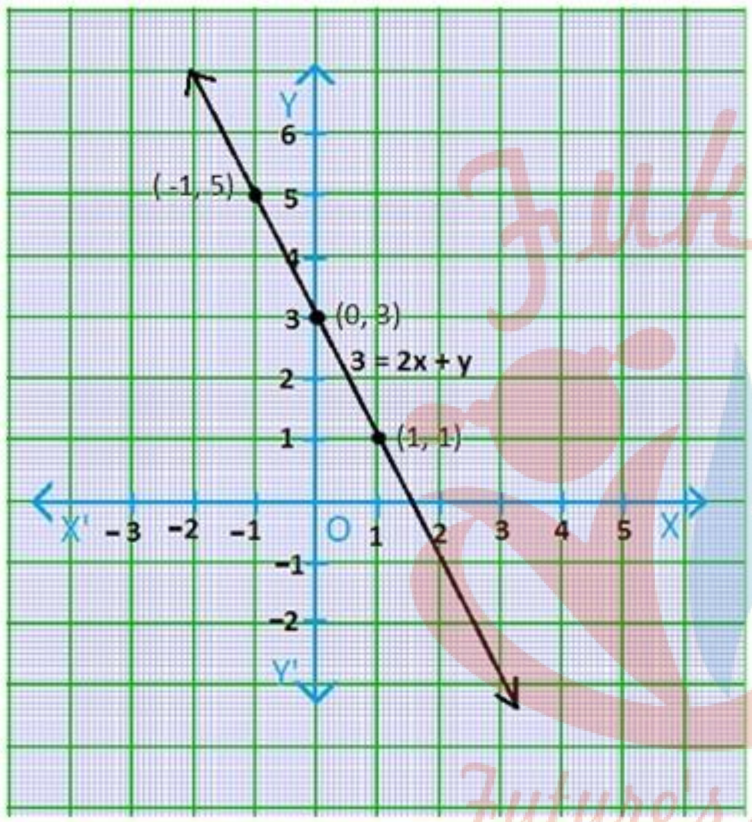
समीकरण में x का मान 0, 1 और -1 रखने पर y का मान क्रमश: 3, 1 और 5 प्राप्त

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

होता है जिसकी सारणी निम्न है -

x	0	1	-1
y	3	1	5

बिन्दुओं (0, 3), (1, 1) और (-1, 5) का आलेख -



उदाहरण 6. अमरीका और कनाडा जैसे देशों में तापमान फारेनहाइट में मापा जाता है, जबकि भारत जैसे देशों में तापमान सेल्सियस में मापा जाता है। यहाँ फारेनहाइट को सेल्सियस में रूपांतरित करने वाला एक रैखिक समीकरण दिया गया है:

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) सेल्सियस को x-अक्ष और फारेनहाइट को y-अक्ष मानकर ऊपर दिए गए रैखि समीकरण का आलेख खींचिए।

(ii) यदि तापमान 30°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

(iii) यदि तापमान 95°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(iv) यदि तापमान 0°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा? और यदि तापमान 0°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(v)क्या ऐसा भी कोई तापमान है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकत: समान है? यदि हाँ, तो उसे ज्ञात कीजिए।

हल :

(i) $F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow$ माना फारेनहाईट (F) = y

और सेल्सियस C = x

तब रैखिक समीकरण $y = \left(\frac{9}{5}\right)x + 32$ होगा |

x = 10 रखने पर

$y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 10 + 32$

$= 9 \times 2 + 32$

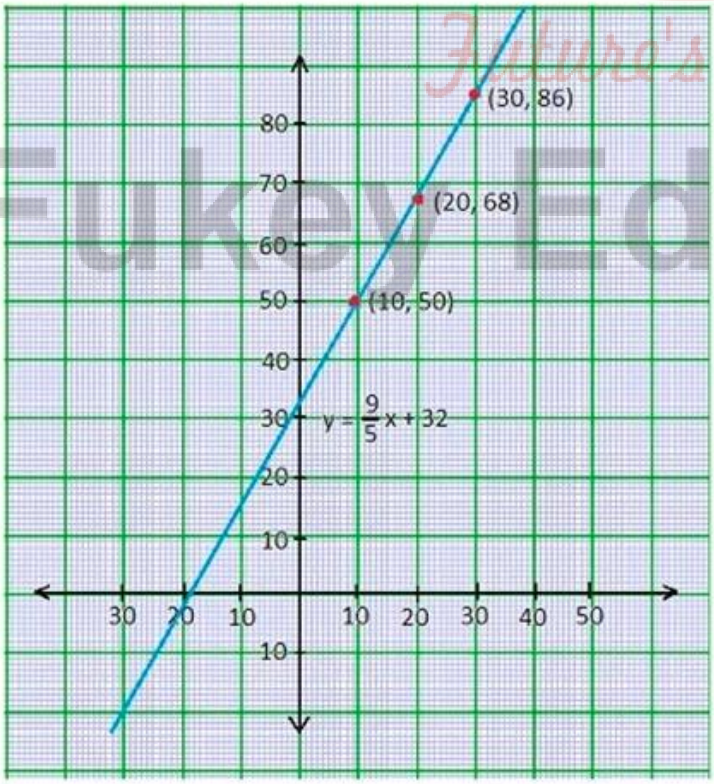
$= 18 + 32$

$= 50$

इसीप्रकार x का मान 20 और 30 रखने पर y का मान 68 और 86 प्राप्त होगा जिसकी तालिका निम्न है|

x	10	20	30
y	50	68	86

आलेख -



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(ii) C का मान 30° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)30 + 32$$

$\Rightarrow$ $F = 54 + 32$

$\Rightarrow$ $F = 86$

फारेनहाइट में तापमान = 86 है |

(iii) F का मान 95° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$\Rightarrow$ $95 = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow$ $\left(\frac{9}{5}\right)C = 95 - 32$

$\Rightarrow$ $\left(\frac{9}{5}\right)C = 63$

$\Rightarrow$ $C = \frac{5}{9} \times 63$

$\Rightarrow$ $C = 5 \times 7 = 35$

सेल्सियस में तापमान 35°C है |

(iv) सेल्सियस में तापमान 0°C रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)0 + 32$$

$\Rightarrow$ $F = 9 \times 0 + 32$

$\Rightarrow$ $F = 32$

फारेनहाइट में तापमान = 32 है |

(v) माना t वह तापमान है जो सेल्सियस और फारेनहाईट दोनों में संख्यात्मक रूप से समान है|

अत: $F = C = t$

$\Rightarrow$ $F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$

$\Rightarrow$ $t = \left(\frac{9}{5}\right)t + 32$

$\Rightarrow$ $5t = 9t + 160$

$\Rightarrow -4t = 160$

$\Rightarrow t = \frac{160}{-4}$

$\Rightarrow t = -40$

उदाहरण 7.

(i) एक चर वाले

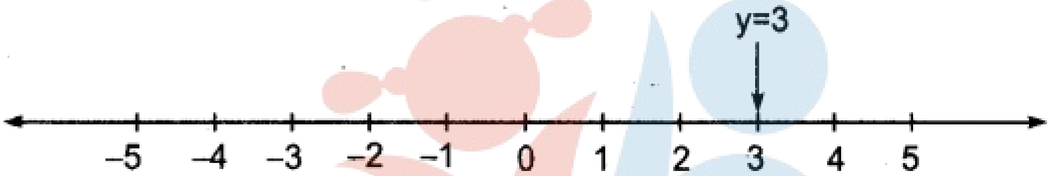
(ii) दो चर वाले

समीकरण के रूप में y = 3 का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।

हल:

(i) एक चर वाले समीकरण के रूप में y = 3 का ज्यामितीय निरूपण:

संख्या रेखा खींचिए और उस पर 0 के दायीं ओर तीसरा चिह्न चिह्नित कीजिए।

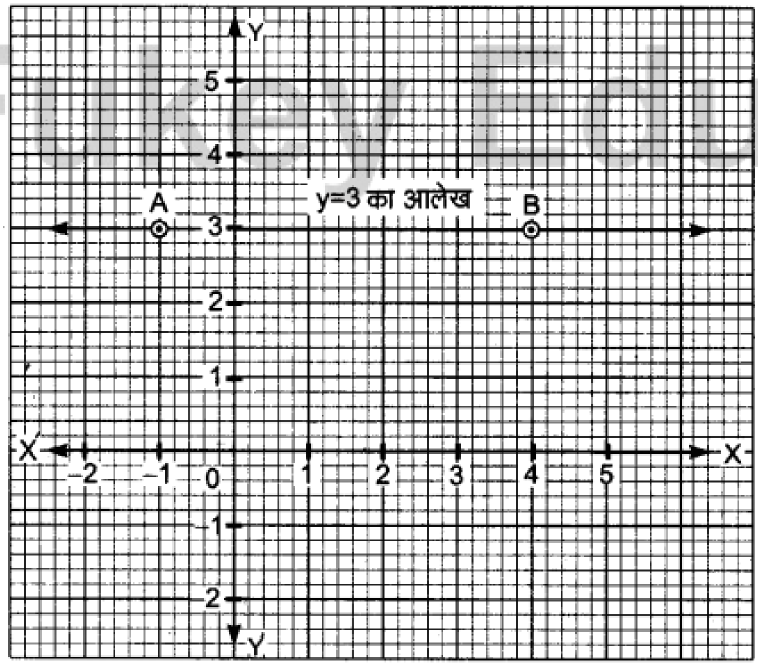


अतः y = 3 की संख्या- रेखा पर यही ज्यामितीय स्थिति है।

(ii) दो चर वाले समीकरण के रूप में y = 3 को ज्यामितीय निरूपण:

(1) वर्ग पत्रक (ग्राफ पेपर) पर X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचकर उन पर मापन चिह्न अंकित कीजिए।

(2) Y-अक्ष पर +3 चिह्न से X-अक्ष के समान्तर रेखा AB खींचिए।



इस रेखा पर x (भुज) के भिन्न-भिन्न मान वाले बिन्दुओं के लिए भी y (कोटि) का मान 3 स्थिर है।

ऋजु रेखा AB अभीष्ट आलेख है।

उदाहरण 8.

(i) एक चर वाले

(ii) दो चर वाले

समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।

हल:

(i) एक चर वाले समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण:

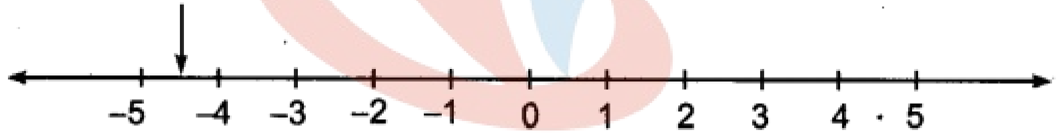
दिया हुआ समीकरण 2x + 9 = 0

2x = -9

$x = -4\frac{1}{2}$

संख्या-रेखा खींचिए। 0 के बायीं ओर $-4\frac{1}{2}$ पर चिह्न लगाइए संख्या-रेखा पर 2x + 9 = 0 की यही स्थिति है।

2x+9=0 का एक चर वाले समीकरण के रूप में ज्यामितीय निरूपण

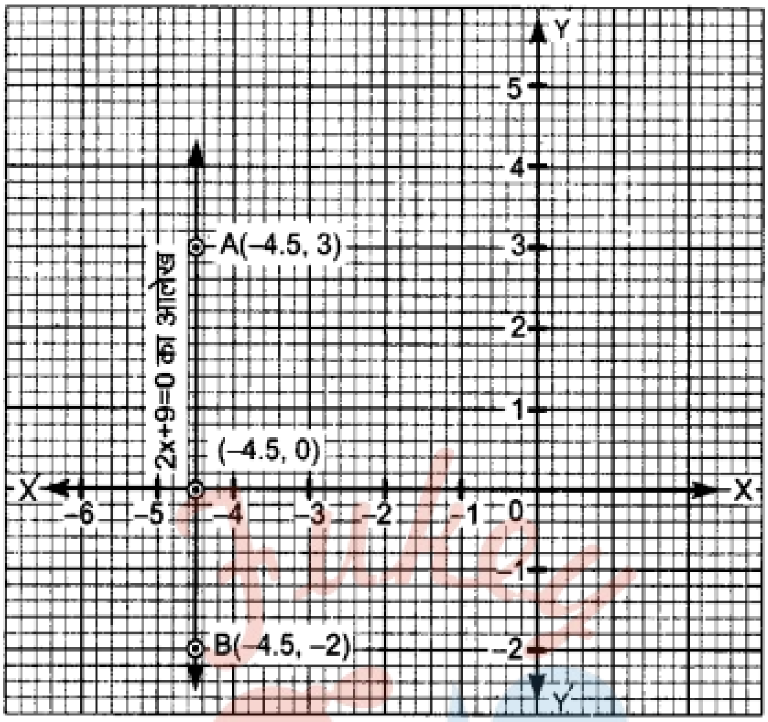


(ii) दो चर वाले समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण:

(1) ग्राफ पेपर पर X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचकर उन पर मापक चिन्ह अंकित कीजिए।

(2) X-अक्ष पर $\frac{-9}{2}$ या -4.5 चिह्नित (अंकित) कीजिए और इससे Y-अक्ष के समान्तर रेखा AB खींचिए।

Fukey Education



इस रेखा पर स्थित सभी बिन्दुओं के लिए x = $-4\frac{1}{2}$ होगा चाहे y का मान कुछ भी हो। ऋजु रेखा AB अभीष्ट आलेख है।

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 4.1 (पृष्ठ संख्या 81)

प्रश्न 1 एक नोटबुक की कीमत एक कलम की कीमत से दो गुनी है। इस कथन को निरूपित करने के लिए दो चरों वाला एक रैखिक समीकरण लिखिए।

(संकेत मान लीजिए, नोटबुक की कीमत x रु है और कलम की कीमत y रु है)।

उत्तर- माना पेन की कीमत = y रुपया है

और नोटबुक की कीमत = x रुपया है

प्रश्नानुसार,

नोटबुक की कीमत = 2 (पेन की कीमत)

$x = 2y$

$\Rightarrow x - 2y = 0$

प्रश्न 2 निम्नलिखित रैखिक समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त कीजिए और प्रत्येक स्थिति में a, b और c के मान बताइए।

(i) $2x + 3y = 9.35$

(ii) $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$

(iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$

(v) $2x = -5y$

(vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$

(viii) $5 = 2x$

उत्तर-

(i) $2x + 3y = 9.35$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिए गए समीकरण को ax + by + c = 0 के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 2x + 3y - 9.35 = 0$

अत: a = 2, b = 3, c = -9.35

(ii) $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$

दिए गए समीकरण को ax + by + c = 0 के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow x - 5y - 10 = 0$

अत: a = 1, b = -5, c = -10

(iii) $-2x + 3y = 6$

दिए गए समीकरण को ax + by + c = 0 के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow -2x + 3y - 6 = 0$

अत: a = -2, b = 3, c = -6

(iv) $x = 3y$

दिए गए समीकरण को ax + by + c = 0 के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow x - 3y = 0$

अत: a = 1, b = -3, c = 0

(v) $2x = -5y$

दिए गए समीकरण को ax + by + c = 0 के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 2x + 5y = 0$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अतः $a = 2, b = 5, c = 0$

(vi) $3x + 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 3x + 0.y + 2 = 0$

अतः, $a = 3, b = 0, c = 2$

(vii) $y - 2 = 0$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 0.x + y - 2 = 0$

अतः, $a = 0, b = 1, c = -2$

(viii) $5 = 2x$

दिए गए समीकरण को $ax + by + c = 0$ के रूप में व्यक्त करने पर

$\Rightarrow 2x - 5= 0$

अतः $a = 2, b = 0, c = -5$

Fukey Education

प्रश्नावली 4.2 (पृष्ठ संख्या 83)

प्रश्न 1 निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा विकल्प सत्य है, और क्यों?

$y = 3x + 5$ का

a. एक अद्वितीय हल है
b. केवल दो हल है
c. अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर-

c. अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

प्रश्न 2 निम्नलिखित समीकरणों में से प्रत्येक समीकरण के चार हल लिखिए।

(i) 2x + y = 7

(ii) πx + y = 9

(iii) x = 4y

उत्तर-

(i)

$$2x + y = 7$$

$$\Rightarrow 2x + y - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 7 - y$$

$$\Rightarrow x = \frac{7-y}{2}$$

$y = 1$ रखने पर

तब $x = \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} x = 3$

$y = (-1)$ रखने पर

तब $x = \frac{7-(-1)}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$x = 4$

$y = 3$

तब $x = \frac{7-3}{2} = \frac{6}{2} = 2$

$y = (-3)$ रखने पर

तब $x = \frac{7-(-3)}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$x = 5$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है

x	3	4	2	5
y	1	-1	3	-3

(ii)

$\pi x + y = 9$

$\Rightarrow \pi x + y - 9 = 0$

$\Rightarrow \pi x = 9 - y$

$x = \frac{9-y}{\pi}$

$y = 1$ रखने पर

$x = \frac{9-1}{\pi} = \frac{8}{\pi}, x = \frac{8}{\pi}$

Fukey Education

$y = 2$ रखने पर

$y = \frac{9-2}{\pi} = \frac{7}{\pi}, x = \frac{7}{\pi}$

$y = 3$ रखने पर

$y = \frac{9-3}{\pi} = \frac{6}{\pi}, x = \frac{6}{\pi}$

$y = 4$ रखने पर

$y = \frac{9-4}{\pi} = \frac{5}{\pi}, x = \frac{5}{\pi}$

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है

x	$\frac{8}{\pi}$	$\frac{7}{\pi}$	$\frac{6}{\pi}$	$\frac{5}{\pi}$
Y	1	2	3	4

(iii)

x = 4y

⇒ x - 14y = 0

x = 4y

समीकरण में y = 1 रखने पर

x = 4(1) = 4, x = 41

y = 2 रखने पर

x = 4(2) = 8, x = 8

y = 3 रखने पर

x = 4(3) = 12, x = 12

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

y = 4 रखने पर

x = 4(4) = 16, x = 16

अत: x और y का दिए गए समीकरण के लिए चार हल निम्नलिखित है

x	4	8	12	14
y	1	2	3	4

प्रश्न 3 बताइए कि निम्नलिखित हलों में कौन-कौन समीकरण x – 2y = 4 के हल है और कौन-कौन नहीं है।

(i) (0, 2)

(ii) (2, 0)

(iii) (4, 0)

(iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$

(v) (1, 1)

उत्तर-

(i) x = 0 और y = 2 रखने पर

x - 2y = 4

LHS = 0 - 2(2)

= -4

RHS = 4

इसलिए, LHS ≠ RHS

अत: (0, 2) दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(ii) (2,0) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

$x - 2y = 4$ में $x = 2$ और $y = 0$ रखने पर

LHS = 2 - 2(0)

= 2 - 0

= 2

जबकि RHS = 4 है

इसलिए, LHS ≠ RHS

अत: (2, 0) दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

(iii) (4, 0) समीकरण $x - 2y = 4$ का हल है अथवा नहीं

समीकरण $x - 2y = 4$ में $x = 4$ और $y = 0$ रखने पर

LHS = x - 2y

= 4 - 2(0)

= 4 - 0 = 4

जबकि RHS = 4

यहाँ LHS = RHS है

अत: (4, 0) दिए गए समीकरण का हल है।

(iv)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ समीकरण x - 2y = 4 का हल है अथवा नहीं

समीकरण $x - 2y = 4$ में $x = \sqrt{2}$ और $y = 4\sqrt{2}$ रखने पर

$LHS = x - 2y$

$= \sqrt{2} - 2(4\sqrt{2})$

$= \sqrt{2} - 8\sqrt{2}$

$= -7\sqrt{2}$

जबकि $RHS = 4$ है

अतः $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ दिए गए समीकरण का हल नहीं है।

(v) समीकरण x - 2y = 4 में x = 1 और y = 1 रखने पर

LHS = x - 2y = 1 - 2 (1) = 1 - 2 = -1

जबकि RHS = 4 है

अत: (1, 1) समीकरण x - 2y = 4 का हल नहीं है।

प्रश्न 4 k का मान ज्ञात कीजिए जबकि x = 2, y = 1 समीकरण 2x + 3y = k का एक हल हो।

उत्तर-

2x + 3y = k

x = 2 और y = 1 रखने पर

⇒ 2x + 3y = k

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\Rightarrow 2(2) + 3(1) = k$

$\Rightarrow 4 + 3 = k$

$\Rightarrow k = 7$

प्रश्नावली 4.3 (पृष्ठ संख्या 88-90)

प्रश्न 1 दो चरों वाले निम्नलिखित रैखिक समीकरणों में से प्रत्येक का आलेख खींचिए।

(i) $x + y = 4$

(ii) $x - y = 2$

(iii) $y = 3x$

(iv) $3 = 2x + y$

उत्तर-

(i) $x + y = 4$

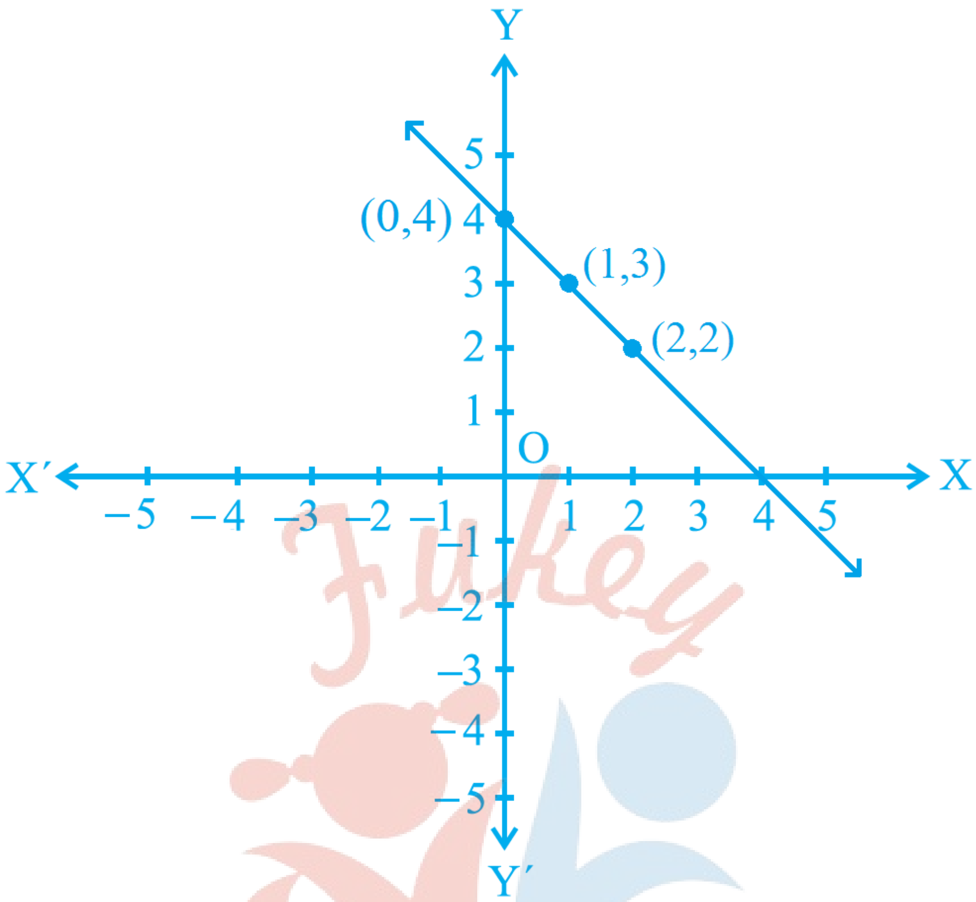
$\Rightarrow y = 4 - x$

x का मान क्रमशः 0, 1, तथा 2 रखने पर y का मान क्रमशः 4, 3 और 2 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है।

x	0	1	2
y	4	3	2

बिन्दुओ (0, 4), (1, 3) और (2, 2) का आलेख-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



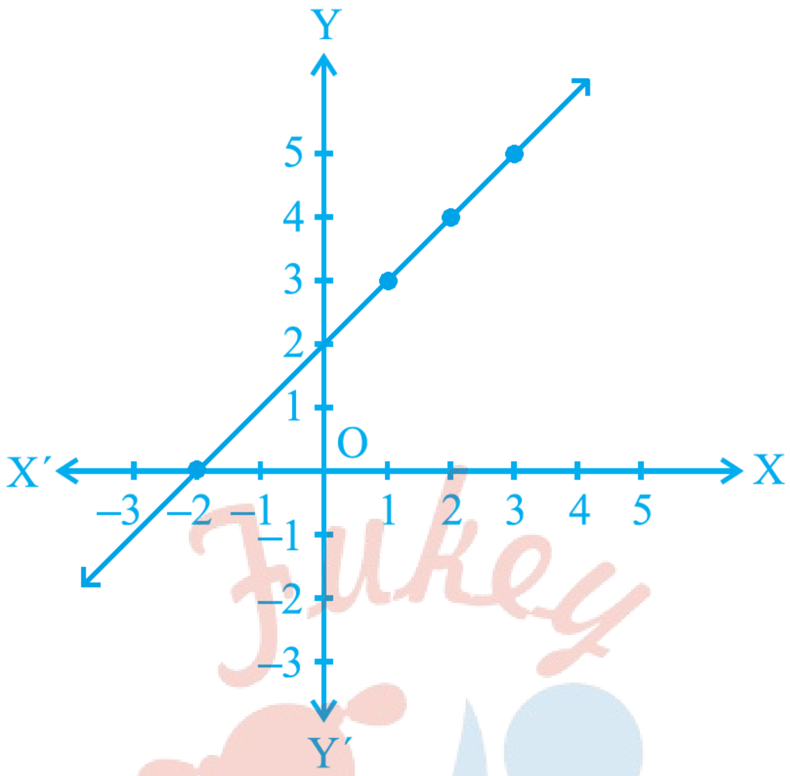
(ii) x - y = 2

⇒ x = 2 + y

समीकरण में y का मान 1, 2 और 3 रखने पर y का मान क्रमशः 3, 4 और 5 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है।

x	3	4	5
y	1	2	3

बिन्दुओ (3, 1), (4, 2) और (5, 3) का आलेख-



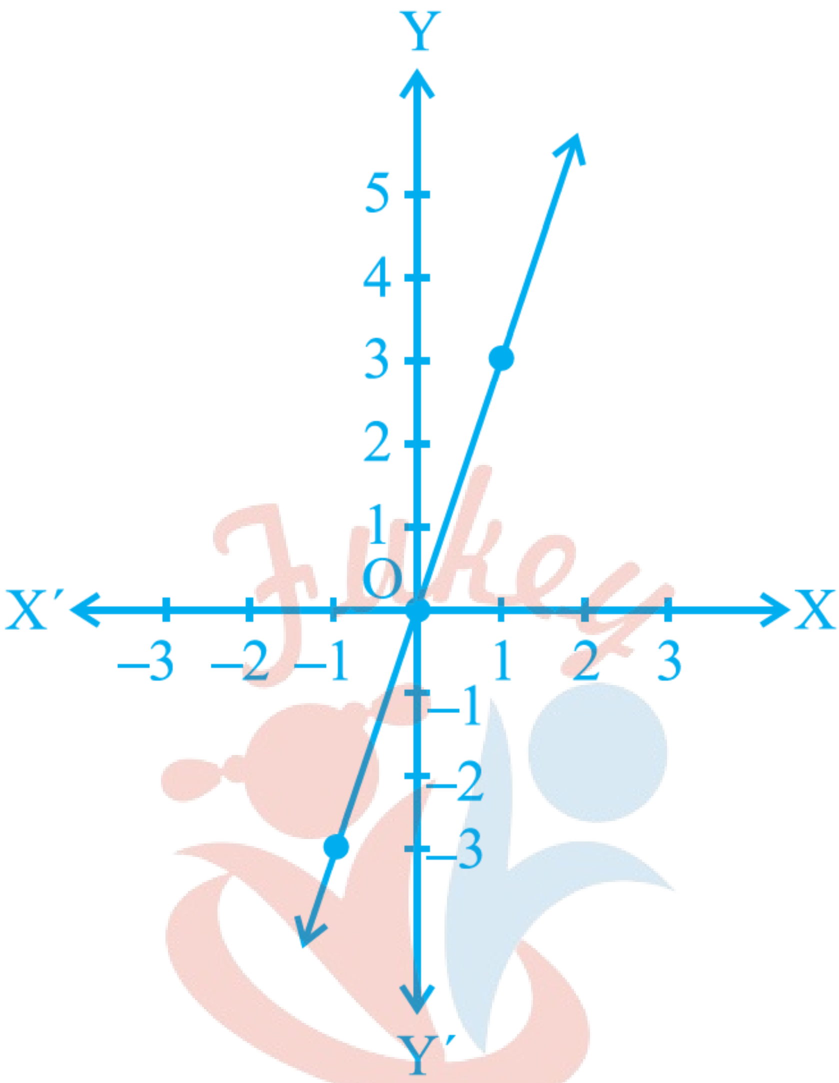
(iii)y = 3x

समीकरण में x का मान 0, 1 और -1 रखने पर क्रमश y का मान 0, 3 और -3 प्राप्त होता है।

X	0	1	-1
y	0	3	-3

बिन्दुओ (0, 0), (1, 3) और (-1, -3) का आलेख-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



(iv) $3 = 2x + y$

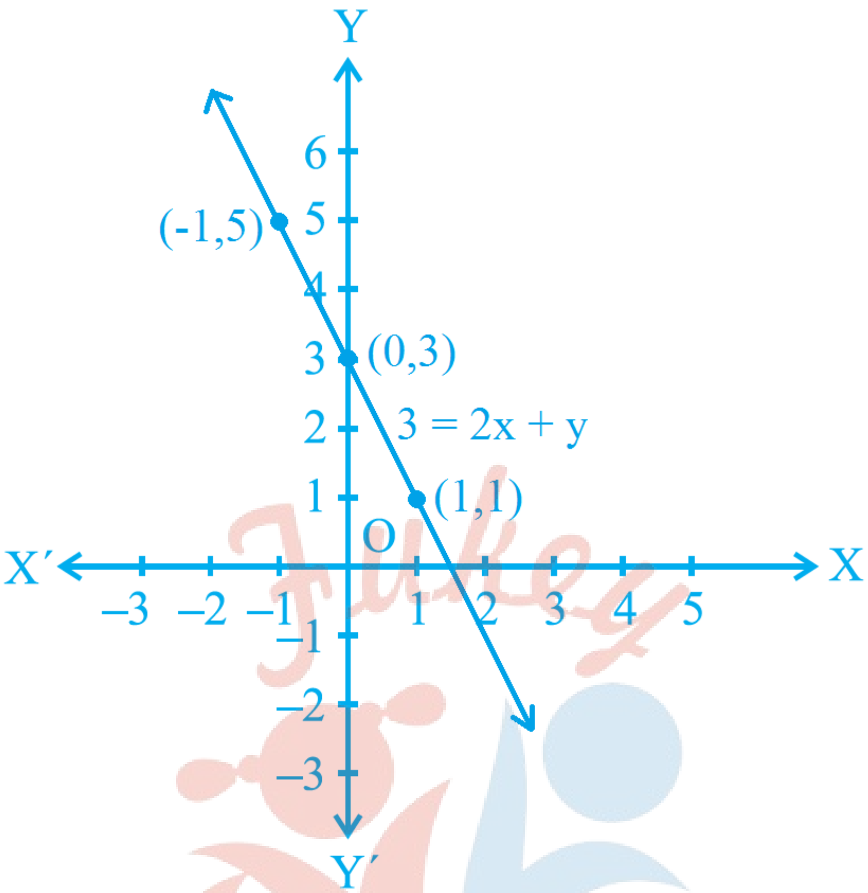
$\Rightarrow y = 3 - 2x$

समीकरण में x का मान 0, 1 और -1 रखने पर y का मान क्रमशः 3, 1 और 5 प्राप्त होता है जिसकी सारणी निम्न है।

x	0	1	-1
y	3	1	5

बिन्दुओ (0, 3), (1, 1) और (-1, 5) का आलेख-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



प्रश्न 2 बिंदु (2, 14) से होकर जाने वाली दो रेखाओं के समीकरण लिखिए। इस प्रकार की और कितनी रेखाएँ हो सकती है , और क्यों ?

उत्तर- बिंदु (2, 14) में $x = 2$ और $y = 14$ है

अत: इस मान को संतुष्ट करने वाले दो समीकरण निम्न है

$x + y = 16$

और $x - y = -12$

इस प्रकार की अनंत रेखाए हो सकती है क्योंकि ये रेखाएँ एक ही बिंदु (2, 14) से गुजरेंगी।

प्रश्न 3 यदि बिंदु (3, 4) समीकरण $3y = ax + 7$ के आलेख पर स्थित है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- $3y = ax + 7$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

बिंदु (3, 4) में x = 3 और y = 4 है।

समीकरण 3y = ax + 7 में x और y का मान रखने पर

$\Rightarrow 3(4) = a(3) + 7$

$\Rightarrow 12 = 3a + 7$

$\Rightarrow 3a = 12 - 7$

$\Rightarrow 3a = 5$

$a = \frac{5}{3}$

प्रश्न 4 एक नगर में टैक्सी का किराया निम्नलिखित है: पहले किलोमीटर का किराया 8 रुपये है और उसके बाद की दूरी के लिए प्रति किलोमीटर का किराया 5 रुपये है। यदि तय की गई दूरी x किलोमीटर हो, और कुल किराया y रुपये हो, तो इसका एक रैखिक समीकरण लिखिए और उसका आलेख खींचिए।

उत्तर- तय की गई दुरी = x km

कुल किराया = y रुपये

प्रश्नानुसार,

पहले किलोमीटर का किराया + 5(तय की गई दुरी -1) = y

$8 + 5(x - 1) = y$

$\Rightarrow 8 + 5x - 5 = y$

$\Rightarrow 3 + 5x = y$

$\Rightarrow 5x - y + 3 = 0$

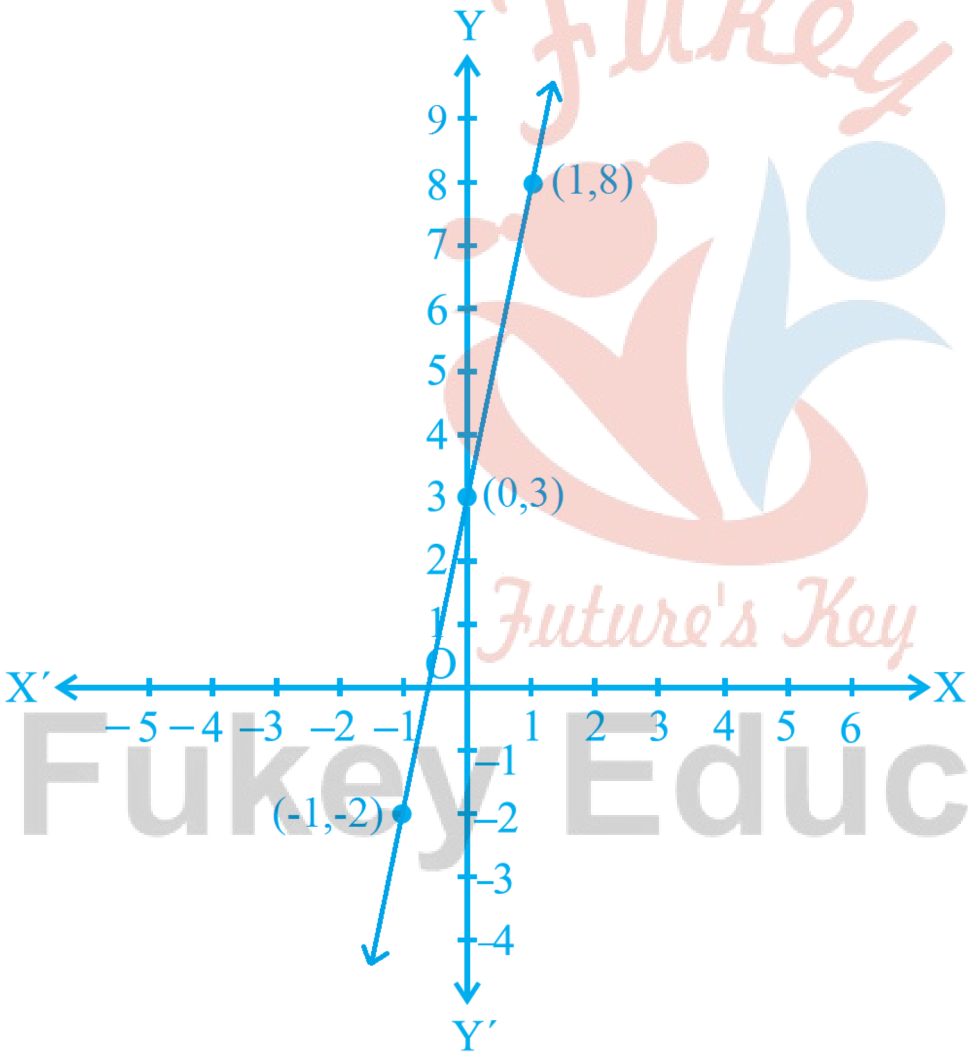
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

⇒ y = 5x + 3

समीकरण में x का मान 0, -1 तथा 1 रखने पर y का मान क्रमशः 3, -2 और 8 प्राप्त होता है।

x	0	-1	1
y	3	-2	8

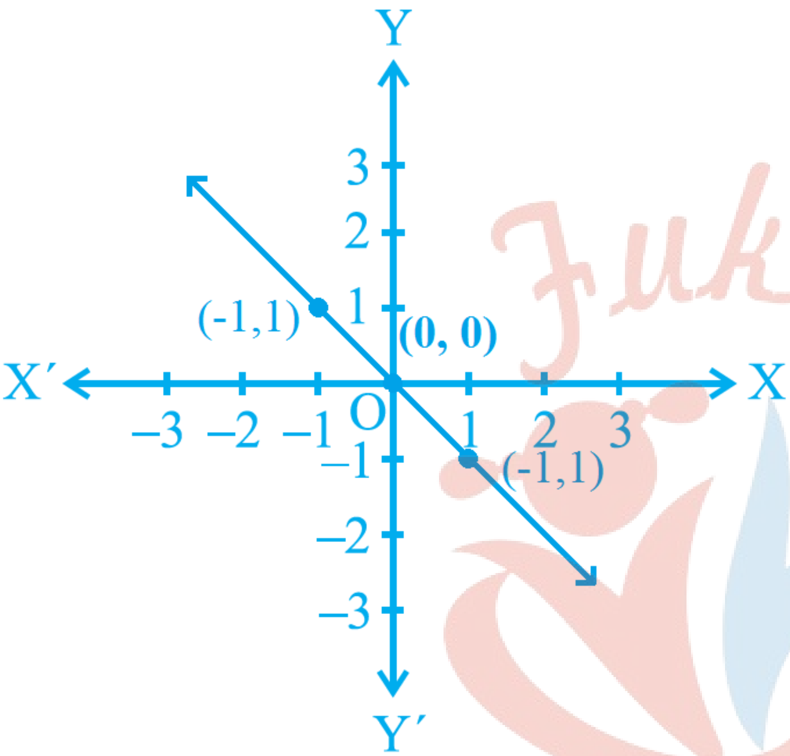
बिन्दुओ (0, 3), (-1, -2) और (1, 8) के लिए ग्राफ

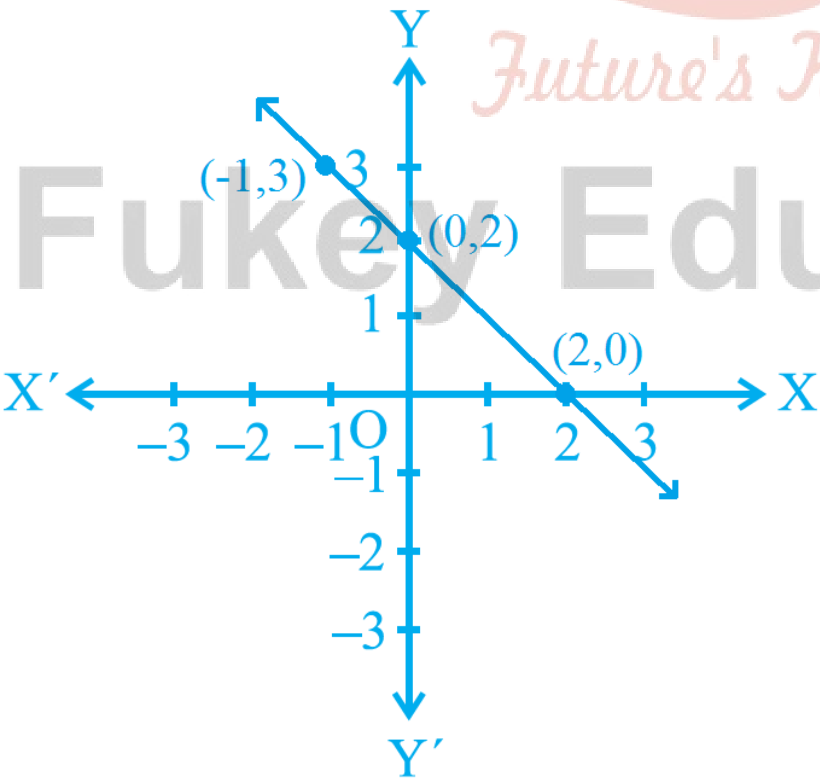


प्रश्न 5 निम्नलिखित आलेखों में से प्रत्येक के लिए दिए गए विकल्पों से सही समीकरण का चयन कीजिए-

	आकृति 4. 6 के लिए		**आकृति 4.7 के लिए**

i	y = x	i	y = x + 2
ii	x + y = 0	ii	y = x – 2
iii	y = 2x	iii	y = -x + 2
iv	2 + 3y = 7x	iv	x + 2y = 6





उत्तर-

आकृति 4.6 के लिए

i. $x + y = 0$

आकृति 4.7 के लिए

ii. $y = -x + 2$

प्रश्न 6 एक अचर बल लगाने पर एक पिंड द्वारा किया गया कार्य पिंड द्वारा तय की गई दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है। इस कथन को दो चरों वाले एक समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए और अचर बल 5 मात्रक लेकर इसका आलेख खींचिए। यदि पिंड द्वारा तय की गई दूरी-

i. 2 मात्रक
ii. 0 मात्रक

हो, तो आलेख से किया हुआ कार्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना किया गया कार्य = y

पिंड द्वारा विस्थापन = x मीटर

अचर बल = 5 इकाई

किया गया कार्य = बल × विस्थापन

$W = F \times S$

इसलिए, $y = 5x$

i. जब तय दुरी 2 मात्रक है तब

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

x = 2 रखने पर

अत: y = 5x

⇒ y = 5(2)

⇒ y = 10

किया गया कार्य 10 मात्रक

ii. जब तय की गई दुरी 0 मात्रक है तब

x = 0 रखने पर

⇒ y = 5(0)

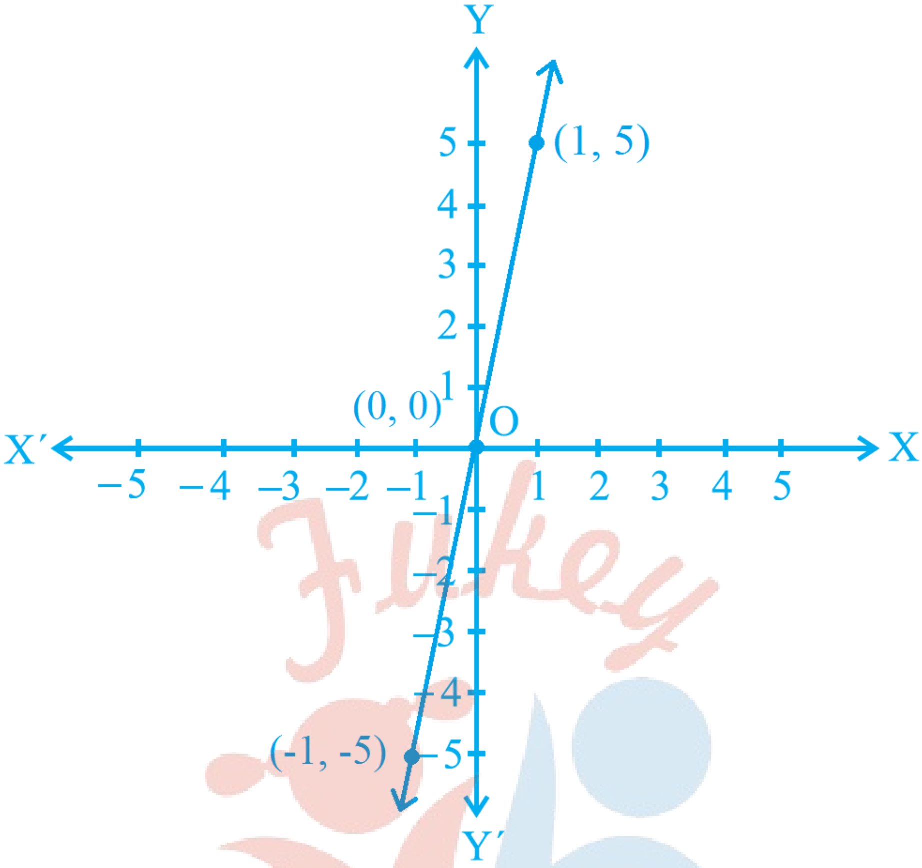
⇒ y = 0

किया गया कार्य 0 मात्रक

आलेख के लिए x का मान -1, 0 और 1 रखने पर y का मान क्रमश: -5, 0 और 5 प्राप्त होता है|

x	-1	0	1
y	-5	0	5

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



प्रश्न 7 एक विद्यालय की कक्षा IX की छात्राएं यामिनी और फातिमा ने मिलकर भूकंप पीड़ित व्यक्तियों की सहायता के लिए प्रधानमंत्री राहत कोष में 100 रु अंशदान दिया। एक रैखिक समीकरण लिखिए जो इन आंकड़ों को संतुष्ट करती हो। (आप उनका अंशदान x रु और y रु मान सकते हैं)। इस समीकरण का आलेख खींचिए।

उत्तर- माना यामिनी द्वारा योगदान = x रु

और फातिमा द्वारा योगदान = y रु

दोनों के द्वारा दिया गया अंशदान = 100 रु

अत: प्रश्नानुसार,

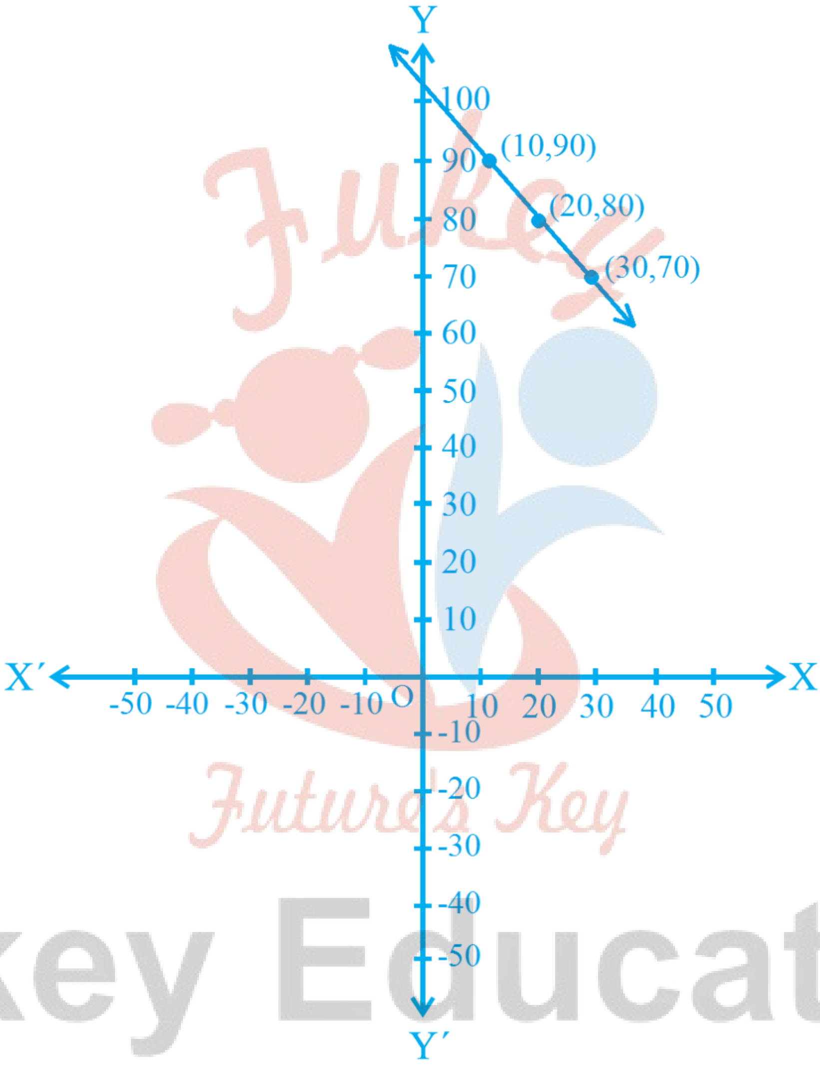
x + y = 10

y = 100 - x

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

समीकरण में x का मान 10, 20 और 30 रखने पर y का मान क्रमशः 90, 80 और 70 प्राप्त होता है|

x	10	20	30
y	90	80	70



प्रश्न 8 अमरीका और कनाडा जैसे देशों में तापमान फारेनहाइट में मापा जाता है, जबकि भारत जैसे देशों में तापमान सेल्सियस में मापा जाता है। यहाँ फारेनहाइट को सेल्सियस में रूपांतरित करने वाला एक रैखिक समीकरण दिया गया है:

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) सेल्सियस को x-अक्ष और फारेनहाइट को y-अक्ष मानकर ऊपर दिए गए रेखिक समीकरण का आलेख खींचिए।

(ii) यदि तापमान 30°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा?

(iii) यदि तापमान 95°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(iv) यदि तापमान 0°C है, तो फारेनहाइट में तापमान क्या होगा? और यदि तापमान 0°F है, तो सेल्सियस में तापमान क्या होगा?

(v) क्या ऐसा भी कोई तापमान है जो फारेनहाइट और सेल्सियस दोनों के लिए संख्यात्मकत: समान है? यदि हाँ, तो उसे ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

(i)

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

⇒ माना फरेनहाईट (F) = y

और सेल्सियम C = x

तब रेखिक समीकरण $y = \left(\frac{9}{5}\right) \times x + 32$ होगा।

$x = 10$ रखने पर

$$y = \left(\frac{9}{5}\right) \times 10 + 32$$

$$= 9 \times 2 + 32$$

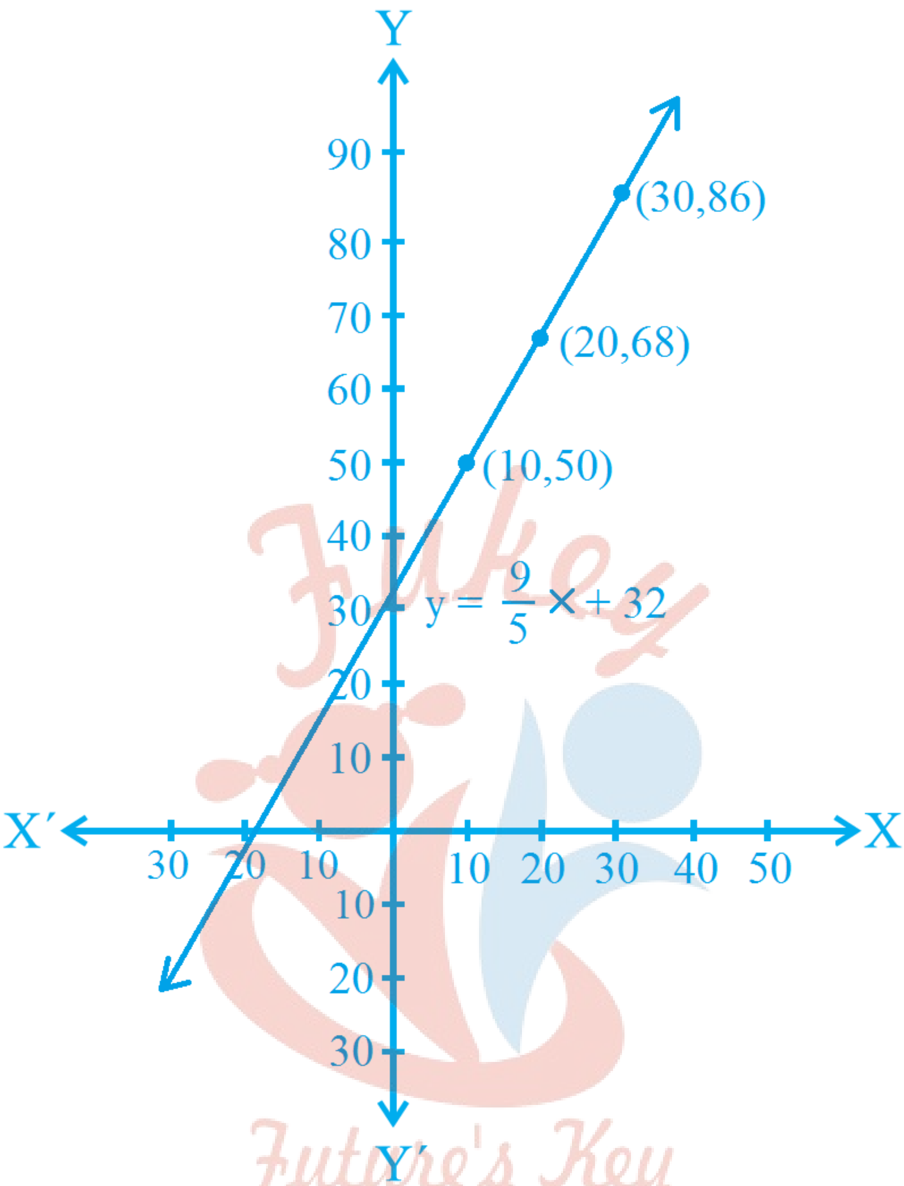
$$= 18 + 32$$

$$= 50$$

इसी प्रकार x का मान 20 और 30 रखने पर y का मान 68 और 86 प्राप्त होगा जिसकी तालिका निम्न है।

x	10	20	30
y	50	68	86

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



(ii)

C का मान 30° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)30 + 32$$

$$\Rightarrow F = 54 + 32$$

$$\Rightarrow F = 86$$

फारेनहाइट में तापमान = 86 है।

(iii)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

F का मान 95° रखने पर

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$$\Rightarrow 95 = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{5}\right)C = 95 - 32$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{5}\right)C = 63$$

$$\Rightarrow C = \frac{5}{9} \times 63$$

$$\Rightarrow C = 5 \times 7 = 35$$

सेल्सियम में तापमान 35° है।

(iv)

सेल्सियम में तापमान 35°C है।

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)0 + 32$$

$$\Rightarrow F = 9 \times 0 + 32$$

$$\Rightarrow F = 32$$

फारेनहाइट में तापमान 32 है।

(v)

Fukey Education

मान t वह तापमान है जो सेल्सियस और फारेनहाईट दोनों में संख्यात्मक रूप से समान है।

$$F = C = t$$

$$\Rightarrow F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

$$\Rightarrow t = \left(\frac{9}{5}\right)t + 32$$

$$\Rightarrow 5t = 9t + 160$$

$$\Rightarrow 5t - 9t = 160$$

$$\Rightarrow -4t = 160$$

$$\Rightarrow t = \frac{160}{-4}$$

$$\Rightarrow t = -40$$

प्रश्नावली 4.4 (पृष्ठ संख्या 92)

प्रश्न 1

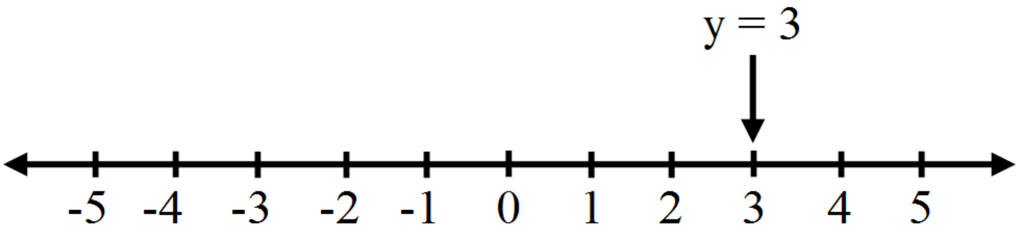
(i) एक चर वाले
(ii) दो चर वाले

समीकरण के रूप में y = 3 का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।

उत्तर-

(i) एक चर वाले समीकरण के रूप में y = 3 का ज्यामितीय निरूपण:

संख्या रेखा खींचिए और उस पर 0 के दायीं ओर तीसरा चिह्न चिह्नित कीजिए।

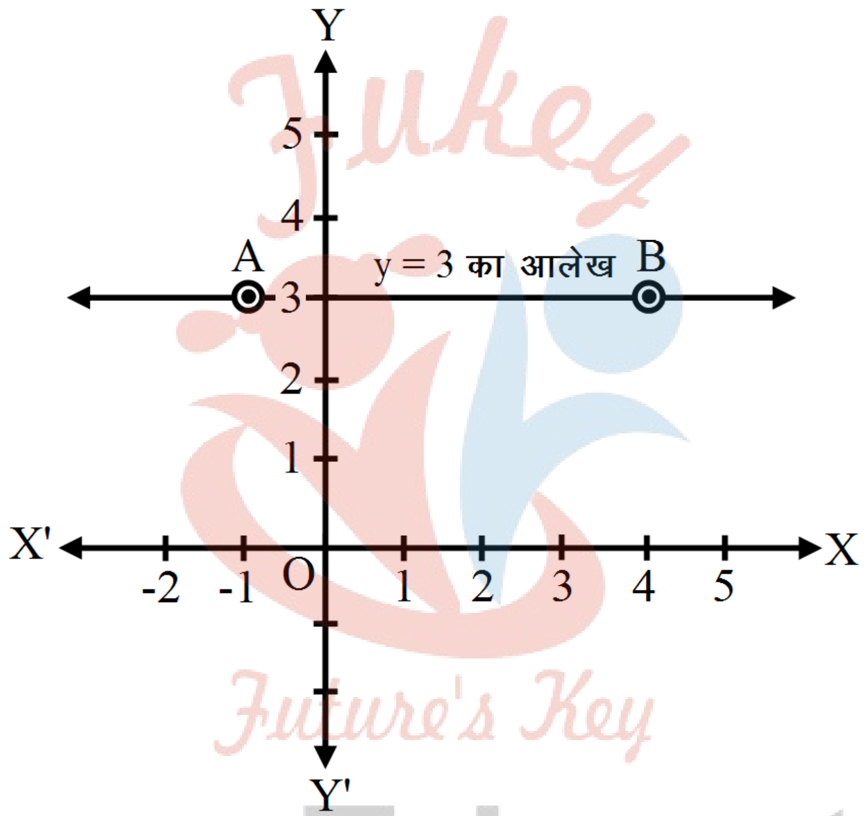


Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अतः y = 3 की संख्या- रेखा पर यही ज्यामितीय स्थिति है।

(ii) दो चर वाले समीकरण के रूप में y = 3 को ज्यामितीय निरूपण:

i. वर्ग पत्रक (ग्राफ पेपर) पर X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचकर उन पर मापन चिह्न अंकित कीजिए।
ii. Y-अक्ष पर +3 चिह्न से X-अक्ष के समान्तर रेखा AB खींचिए।



इस रेखा पर x (भुज) के भिन्न-भिन्न मान वाले बिन्दुओं के लिए भी y (कोटि) का मान 3 स्थिर है।

ऋजु रेखा AB अभीष्ट आलेख है।

प्रश्न 2

(i) एक चर वाले
(ii) दो चर वाले

समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण कीजिए।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर-

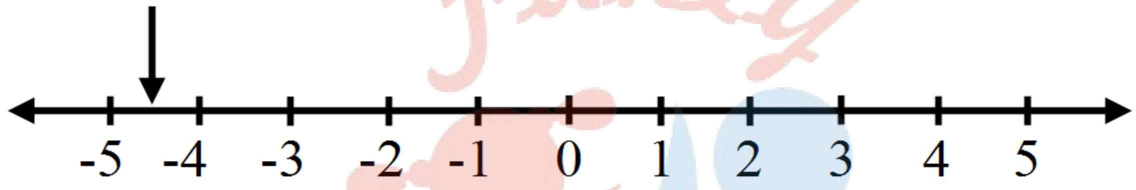
(i) एक चर वाले समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण:

दिया हुआ समीकरण 2x + 9 = 0

2x = -9

$x = 4\frac{1}{2}$

2x + 9 = 0 का एक चर वाले समीकरण के रूप में ज्यामितीय निरूपण

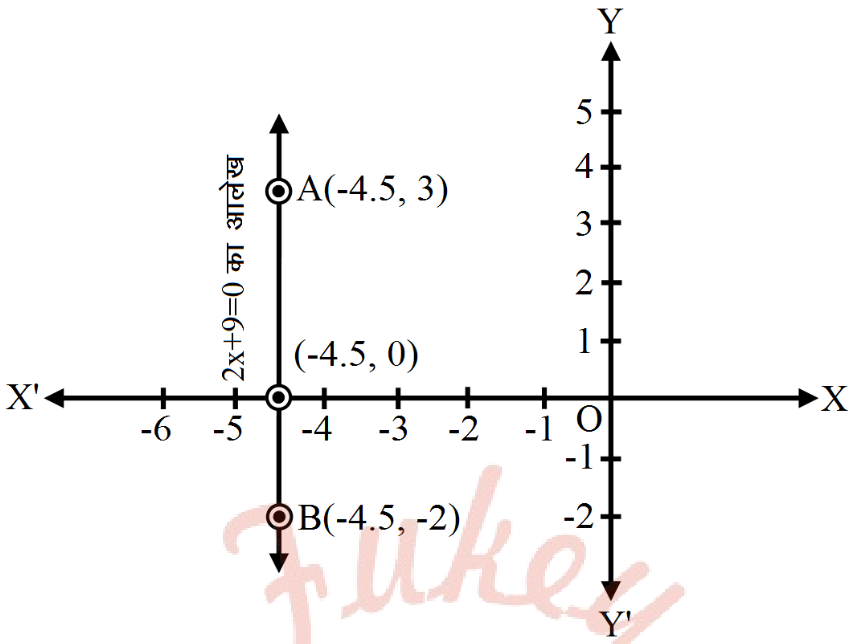


संख्या-रेखा खींचिए। 0 के बायीं ओर $-4\frac{1}{2}$ पर चिह्न लगाइए संख्या-रेखा पर 2x + 9 = 0 की यही स्थिति है।

(ii) दो चर वाले समीकरण के रूप में 2x + 9 = 0 का ज्यामितीय निरूपण:

i. ग्राफ पेपर पर X-अक्ष तथा Y-अक्ष खींचकर उन पर मापक चिन्ह अंकित कीजिए।
ii. X-अक्ष पर $\frac{-9}{2}$ या -4.5 चिह्नित (अंकित) कीजिए और इससे Y-अक्ष के समान्तर रेखा AB खींचिए।

Fukey Education



इस रेखा पर स्थित सभी बिन्दुओं के लिए $X = \frac{-9}{2}$ होगा चाहे y का मान कुछ भी हो।

ऋजु रेखा AB अभीष्ट आलेख है।

Fukey Education