भौतिकी

अध्याय-4: गति के नियम

Fukey Education

गति के नियम

गति के नियम से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण बिंदु-

- गुरुत्वाकर्षण बल एक असंपर्क बल है जबकि घर्षण बल एक संपर्क बल है।
- बस में खड़े यात्री का बस के अचानक चलने पर पीछे की ओर गिरना, विराम के जड़त्व का उदाहरण है।
- चलती ट्रेन से उतर जाने पर आगे की ओर गिरना, यह गति के जड़त्व का उदाहरण है।
- दाहिनीं ओर मुड़ती बस में बैठे यात्रियों का बायीं ओर झुकना, यह दिशा के जड़त्व का उदाहरण है।
- संवेग एक सदिश राशि है इसका मात्रक किग्रा.-मीटर/सेकंड या न्यूटन-सेकंड होता है।
- गति के प्रथम नियम को जड़त्व का नियम भी कहते हैं।

जड़त्व

किसी पिंड का वह गुण जिसके कारण पिण्ड विराम की अवस्था में अथवा एकसमान वेग से गति की अवस्था में किसी भी प्रकार के परिवर्तन का विरोध करता है इसे ही जड़त्व (law of inertia) कहते हैं।

हमारे दैनिक जीवन में अनेकों घटनाएं घटित होती हैं। उनमें जड़त्व को आसानी से देखा जा सकता है। किसी वस्तु का भार जितना अधिक होगा वह वस्तु अपने में परिवर्तन का उतना ही अधिक विरोध करती है अतः जड़त्व की परिभाषा स्पष्ट होता है कि उस वस्तु का जड़त्व भी अधिकतम होगा।

जड़त्व का नियम

इस नियम के अनुसार यदि कोई वस्तु विरामावस्था में है तो वह विरामावस्था में ही रहेगी। अथवा कोई वस्तु एकसमान वेग से एक सीधी सरल रेखा में गतिशील है तो वह गति करती

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

ही रहेगी। जब तक उस वस्तु पर कोई बाह्य बल न लगाया जाए। इसे जड़त्व का नियम कहते हैं।

जड़त्व के नियम को न्यूटन का गति का प्रथम नियम भी कहा जाता है।

जड़त्व के प्रकार

जड़त्व को तीन भागों में बांटा गया है। अर्थात् किसी वस्तु में जड़त्व को तीन प्रकार से देखा जा सकता है।

(1) विराम का जड़त्व

(2) गति का जड़त्व

(3) दिशा का जड़त्व

1. विराम का जड़त्व

जैसा कि नाम से स्पष्ट है कि किसी वस्तु का वह गुण जिसके कारण वह वस्तु अपनी विराम की अवस्था में परिवर्तन का विरोध करती है। विराम का जड़त्व कहते हैं। उदाहरण द्वारा विराम के जड़त्व को अच्छी तरह से समझा जा सकता है।

उदाहरण

(i) जब किसी बस के अचानक चलने पर उसमें खड़े यात्री पीछे की ओर गिर जाते हैं। इसका कारण यह है कि यात्री विराम की अवस्था में होता है एवं बस के चलने पर उसका शरीर बस की गति का विरोध करता है। अतः विराम के जड़त्व के कारण यात्री पीछे की ओर गिर जाते हैं।

(ii) पेड़ को अचानक हिलाने पर उसके फलों का गिरना।

(iii) खिड़की के शीशे में बंदूक की गोली मारने पर शीशे में छेद हो जाना।

2. गति का जड़त्व

इसकी परिभाषा भी नाम से ही स्पष्ट होती है। कि किसी वस्तु का वह गुण जिसमें वस्तु स्वयं अपनी गति की अवस्था में परिवर्तन का विरोध करती है। गति का जड़त्व कहलाता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उदाहरण

(i) चलती रेलगाड़ी से अचानक उतर जाने पर व्यक्ति आगे की ओर गिर जाता है।

(ii) चलती बस के अचानक रुकने पर यात्री का आगे की ओर झुकना।

(iii) चलती रेल में गेंद को ऊपर फेंकने पर गेंद उछालने वाले के हाथ में ही लौट आती है।

3. दिशा का जड़त्व

किसी वस्तु का वह गुण जिसके कारण वह वस्तु स्वयं की गति की दिशा में होने वाले परिवर्तन का विरोध करती है। दिशा का जड़त्व कहलाता है।

उदाहरण

(i) जब कोई बस दायीं और मुड़ती है तो दिशा के जड़त्व के कारण उसमें बैठे यात्री बायीं ओर झुक जाती हैं।

न्यूटन के गति के नियम (Newton's law of motion)

न्यूटन के गति के तीन नियम हैं।

1. गति का प्रथम नियम - जड़त्व का नियम
2. गति का द्वितीय नियम - संवेग का नियम
3. गति का तृतीय नियम - क्रिया-प्रतिक्रिया नियम

1. गति का प्रथम नियम (जड़त्व का नियम)

न्यूटन के गति के प्रथम नियम के अनुसार, यदि कोई वस्तु विरामावस्था में है तो वह विरामावस्था में ही रहेगी। वस्तु पर कोई बाहय बल लगाकर ही वस्तु को विरामावस्था से गति की अवस्था में परिवर्तित किया जा सकता है। एवं यदि कोई वस्तु गतिशील अवस्था में है तो वह एक समान चाल से सरल रेखा में चलती ही रहेगी। जब तक उस वस्तु पर बाहय बल न लगाया जाए। इसे गति का प्रथम नियम कहते हैं। इसे जड़त्व का नियम भी कहा जाता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उदाहरण

(1) चलती रेलगाड़ी से अचानक उतर जाने पर व्यक्ति आगे की ओर गिर जाते हैं।

(2) खिड़की के शीशे पर बंदूक से गोली मारने पर शीशे में छेद हो जाता है।

2. गति का द्वितीय नियम (संवेग का नियम)

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम के अनुसार, किसी वस्तु के रेखीय संवेग में परिवर्तन की दर उस वस्तु पर लगाए गए बाह्य बल के अनुक्रमानुपाती होती है एवं संवेग परिवर्तन वस्तु पर लगाए गए बल की दिशा में ही होता है इसे गति का द्वितीय नियम कहते हैं एवं इस नियम को संवेग का नियम भी कहते हैं।

उदाहरण क्रिकेट खेल में खिलाड़ी तेजी से आती गेंद को कैच करते समय अपने हाथों को पीछे की ओर कर लेता है इससे गेंद का वेग कम हो जाता है और खिलाड़ी को कोई चोट नहीं लगती है।

3. गति का तृतीय नियम (क्रिया-प्रतिक्रिया नियम)

न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार, प्रत्येक क्रिया के बराबर एवं विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया होती है। गति के तृतीय नियम को क्रिया-प्रतिक्रिया नियम भी कहते हैं।

उदाहरण

(1) गति के तृतीय नियम को ऐसे समझते हैं कि आप किसी टेबल पर हाथ रखकर खड़े हैं तो जितना बल आपका हाथ टेबल पर बल लगा रहा है उतना ही बल टेबल आपके हाथ पर लगा रही है। आपने देखा होगा कि कमजोर छत पर ज्यादा बल अर्थात् कई व्यक्तियों के बैठने पर वह छत टूट जाती है अतः वह छत प्रतिक्रिया बल उतना नहीं लगा पाती है जितना व्यक्ति उस पर क्रिया बल लगा देते हैं।

(2) कुएं से जल खींचते समय रस्सी टूटने पर रस्सी खींचने वाला पीछे की ओर गिर जाता है।

(3) बंदूक से गोली मारने पर पीछे की ओर धक्का लगना।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

आवेग

किसी पिंड पर लगने वाला बल तथा वह समयांतराल जिसने वह बल पिंड पर आरोपित रहा हो, इन दोनों के गुणनफल को आवेग (impulse) कहते हैं। इसे I से प्रदर्शित करते हैं।

माना किसी पिंड पर बल F , Δt समयांतराल तक आरोपित होता है तो आवेग की परिभाषा से

आवेग = बल × समयांतराल

$$I = F\,\Delta t$$

यह आवेग का सूत्र है। आवेग का SI मात्रक न्यूटन-सेकंड या किग्रा.-मीटर/सेकंड होता है। यह एक सदिश राशि है इसकी दिशा वही होती है जो पिंड पर लगने वाले बल की दिशा होती है।

वह बल जो किसी वस्तु पर कम समय तक आरोपित होता है लेकिन वस्तु के संवेग में परिवर्तन अधिक हो जाता है इस बल को आवेगी बल कहते हैं।

आवेग का उदाहरण

आवेग को उदाहरण द्वारा आसानी से समझाया जा सकता है। जैसे - जब कोई बल्लेबाज कोई शॉट खेल रहा है तो बल्ले और गेंद के बीच संपर्क-काल बहुत कम समय के लिए होता है। बल्लेबाज द्वारा गेंद पर इतना बल लगाया जाता है कि गेंद के संवेग में परिवर्तन की दर ज्यादा हो जाए। इससे गेंद अधिक दूरी तक पहुंच जाती है इस बल को आवेगी बल कहते हैं।

अन्य उदाहरण -

(ii) तेजी से आती गेंद का कैच लेना

(iii) हथौड़े से कील ठोकना

Fukey Education

आवेग और संवेग परिवर्तन में संबंध

माना m द्रव्यमान की वस्तु पर कोई बल F, Δt समय के लिए कार्य करता है यदि वस्तु के वेग में परिवर्तन Δv हो तो वस्तु के वेग परिवर्तन की दर $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ होगी। तब आवेग के सूत्र से

आवेग = बल × समयांतराल

$I = F \times \Delta t$ समी.①

अब न्यूटन के द्वितीय नियम से वस्तु पर आरोपित बल

बल = द्रव्यमान × त्वरण

F = ma

तथा $a = \frac{F}{m}$ समी.②

वस्तु पर त्वरण $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ है तो

समी.② से a का मान रखने पर

$$\frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

या $F = m \times \frac{\Delta v}{\Delta t}$

अब बल F का मान समी.① में रखने पर

$$I = m \times \frac{\Delta v}{\Delta t} \times \Delta t$$

$$I = m\Delta v$$

आवेग = द्रव्यमान × वेग परिवर्तन

चूंकि द्रव्यमान तथा वेग के गुणनफल को संवेग कहते हैं इसलिए

संवेग = द्रव्यमान × वेग

तो आवेग = संवेग परिवर्तन

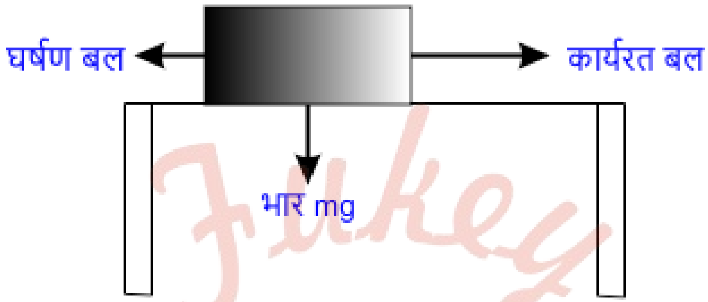
घर्षण बल

जब दो पिंड परस्पर संपर्क में होते हैं एवं एक वस्तु दूसरी वस्तु के पृष्ठ पर गति करती है। तो इनके संपर्क तलों के बीच एक बल कार्य करता है। जो वस्तुओं की गति का विरोध करता है इस बल को घर्षण बल (friction force) कहते हैं।

घर्षण बल का उदाहरण

घर्षण बल को उदाहरण द्वारा अच्छी तरह समझा जा सकता है। मान लीजिए एक मेज है जिसके ऊपर कोई वस्तु (जैसे किताब) रखी है। यदि हम वस्तु को किसी वेग से धक्का दें, तो वस्तु कुछ दूर चलने के बाद रुक जाएगी या विरामावस्था में आ

जाएगी। तो ध्यान देने वाली बात यह है कि वस्तु क्यों रुकी। चूंकि हम जानते हैं कि किसी भी गतिशील वस्तु को रोकने के लिए एक बाह्य बल की आवश्यकता होती है अतः इस प्रकार स्पष्ट होता है कि वस्तु तथा मेज के संपर्क तलों के बीच एक बल कार्यरत है जो इनकी गति का विरोध करता है। इस बल को ही घर्षण बल कहते हैं। चित्र द्वारा स्पष्ट होता है।



घर्षण बल के प्रकार

घर्षण बल दो प्रकार के होते हैं।

(1) गतिज घर्षण बल

(2) स्थैतिक घर्षण बल

1. गतिक घर्षण बल

जब दो वस्तुओं के बीच परस्पर गति होती है तो इन वस्तुओं के बीच एक बल आरोपित हो जाता है जिसे गतिक घर्षण बल (dynamic friction force) कहते हैं। अर्थात् " दो वस्तुओं के बीच उनकी गति के कारण उत्पन्न बल को गति घर्षण बल कहते हैं। इसे f_k द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।"

$$\boxed{f_k = \mu_k R}$$

जहां μ_k एक नियतांक है जिसे गतिक घर्षण गुणांक कहते हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

2. स्थैतिक घर्षण बल

जब दो वस्तुएं एक-दूसरे के सम्पर्क में होती हैं तो लेकिन उनके बीच कोई गति नहीं होती है अर्थात वह विरामावस्था में होती हैं तो इन वस्तुओं के बीच आरोपित बल को स्थैतिक घर्षण बल (static friction force) कहते हैं। अर्थात्

"दो वस्तुओं के बीच उनकी विरामावस्था के कारण उत्पन्न बल को स्थैतिक घर्षण बल कहते हैं। इसे f_s से प्रदर्शित करते हैं।"

$$f_s = \mu_s R$$

जहां μ_s एक नियतांक है जिसे स्थैतिक घर्षण गुणांक कहते हैं।

घर्षण के नियम

1. घर्षण बल सदैव गतिशील वस्तुओं पर उनकी गति की दिशा के विपरीत आरोपित होता है।
2. जब दो वस्तुएं परस्पर एक-दूसरे के संपर्क में होती है तो उनके बीच घर्षण बल, अभिलंब प्रतिक्रिया R के अनुक्रमानुपाती होता है।
3. घर्षण बल संपर्क में रखी वस्तुओं के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता है।
4. घर्षण बल सदैव संपर्क में रखी वस्तुओं के बीच उनकी गति का विरोध करता है।

Fukey Education

घर्षण गुणांक

घर्षण नियम से स्पष्ट होता है कि घर्षण बल f अभिलंब प्रतिक्रिया R के अनुक्रमानुपाती होता है। तो

$f \propto R$

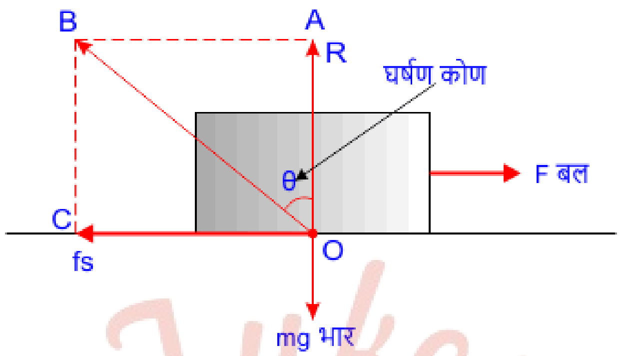
या $f = \mu R$

जहां μ एक नियतांक है जिसे घर्षण गुणांक कहते हैं। तो

$$\mu = \frac{f}{R}$$

घर्षण गुणांक एक विमाहीन एवं मात्रकहीन राशि है।

घर्षण कोण



घर्षण कोण

सीमांत घर्षण की दिशा में, अभिलंब प्रतिक्रिया R एवं इसका परिणामी B के बीच कोण को घर्षण कोण कहते हैं। घर्षण कोण को θ से प्रदर्शित करते हैं।

चतुर्भुज OABC में

AB = OC = f_s तथा OA = BC = R

अब ΔOCB में

$\tan\theta$ = लंब/आधार = BC/OC = f_s/R

अब घर्षण के सूत्र $f_s = \mu_s R$ से

$\tan\theta = \mu_s R/R$

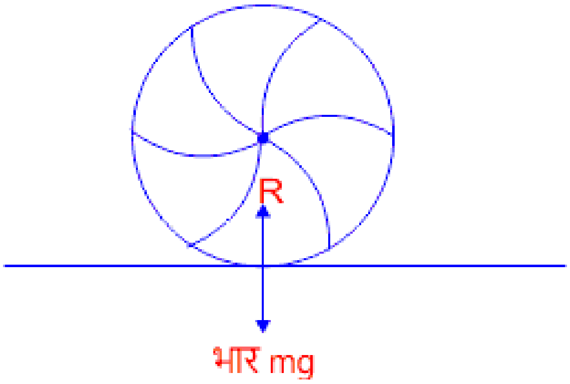
$\boxed{\tan\theta = \mu_s}$

या $\boxed{\theta = \tan^{-1}(\mu_s)}$

यही घर्षण कोण का सूत्र है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

लोटनिक घर्षण



लोटनिक घर्षण

किसी भी वस्तु को दूसरी वस्तु के पृष्ठ पर सरकाने की अपेक्षा लुढ़काना अधिक आसान है। अर्थात् एक पिंड किसी दूसरे पिंड के तल पर लुढ़कता है। तो दोनों पिंडों के संपर्क तलो के बीच एक बल आरोपित हो जाता है जिसे लोटनिक घर्षण (rolling friction) कहते हैं।

तरल घर्षण

जब द्रव को किसी बर्तन में लेकर तेजी से घुमाया जाता है तो द्रव कुछ समय घूमने के पश्चात रुक जाता है। इससे स्पष्ट होता है कि द्रव की विभिन्न परतों के मध्य एक बल कार्य करता है जो द्रव की गति का विरोध करता है। इसे तरल घर्षण कहते हैं।

घर्षण बल की विशेषताएं

- घर्षण बल के कारण ही हम इस धरती पर चल पाते हैं आपने देखा होगा कि चिकनी सड़क या केले के छिलके से मनुष्य गिर जाते हैं। क्योंकि चिकनी सतह पर घर्षण बल कम होता है।
- किन्ही दो सतहो के बीच घर्षण बल उनके संपर्क क्षेत्र पर निर्भर नहीं करता है यह सतहो की प्रकृति पर निर्भर करता हैं।
- घर्षण बल संपर्क में रखी दो वस्तुओं पर उनकी गति का विरोध करता है।
- ठोस-ठोस में घर्षण सबसे अधिक एवं द्रव-द्रव में ठोसों से कम तथा गैस-गैस के मध्य घर्षण सबसे कम या शून्य होता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

बल

वह धक्का या खिंचाव जो किसी वस्तु की स्थिति में परिवर्तन कर देता है उसे बल (force) कहते हैं। बल को इस प्रकार भी परिभाषित किया जा सकता है। कि ”वह बाह्य कारक, जो किसी वस्तु के विराम की अथवा एकसमान वेग से गति की अवस्था में परिवर्तन कर देता है या करने का प्रयास करता है। उस बाह्य कारक ही बल कहते हैं। इसे F द्वारा प्रदर्शित करते हैं। बल एक सदिश राशि है।“

बल के प्रकार

बल अनेकों प्रकार के होते हैं लेकिन सभी प्रकार के बलों को निम्न दो श्रेणियों में बांटा गया है।

(1) संपर्क बल

(2) असंपर्क बल

1. संपर्क बल (contact force)

वे बल जो वस्तुओं के संपर्क में आने के कारण कार्य करते हैं उन्हें संपर्क बल कहते हैं। जैसे - बैलों द्वारा बैलगाड़ी खींचना, घर्षण बल, श्यान बल आदि संपर्क बल के उदाहरण हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

2. असंपर्क बल (non-contact force)

वे बल जो वस्तुओं के संपर्क में न हो, लेकिन आकाश माध्यम द्वारा वस्तु पर कार्य करते हैं। इस प्रकार के बल को असंपर्क बल कहते हैं।
जैसे - गुरुत्वाकर्षण बल, विद्युत चुंबकीय बल, गुरुत्वीय बल, चुंबकीय बल आदि असंपर्क बल के उदाहरण हैं।

बल का सूत्र

न्यूटन के गति के द्वितीय नियम स्पष्ट होता है कि किसी वस्तु पर आरोपित बल उसमें उत्पन्न त्वरण के समानुपाती होता है। अर्थात्

$F \propto a$ (m नियत होने पर)

$F \propto m$ (a नियत होने पर)

अतः $F \propto ma$

$F = kma$

$k = 1$ रखने पर

$\boxed{F = ma}$

बल = द्रव्यमान × त्वरण

यही बल का सूत्र है।
बंदिश रूप में बल का सूत्र

$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$

बल का मात्रक

बल के सूत्र से
$F = ma$

अतः बल का SI मात्रक न्यूटन होता है। MKS पद्धति में बल का मात्रक किलोग्राम-मीटर/सेकंड^2 होता है। CGS पद्धति में इसका मात्रक ग्राम-सेमी/सेकंड^2 होता है। बल का अन्य मात्रक डाइन भी होता है। जो 1 ग्राम-सेमी/सेकंड^2 के बराबर होता है।

बल का विमीय सूत्र

बल के सूत्र से उसका विमीय सूत्र आसानी से ज्ञात किया जा सकता है

बल = द्रव्यमान × त्वरण

छोटे मात्रकों में वियोजित करने पर करने पर

बल = किग्रा. × मीटर/सेकंड^2

बल = किग्रा. × मीटर × सेकंड$^{-2}$

अतः बल का विमीय सूत्र [MLT^{-2}] होता है।

न्यूटन तथा डाइन के बीच संबंध

1 न्यूटन = 1 किग्रा.-मीटर/सेकंड^2

अब चूंकि 1 किग्रा. = 1000 ग्राम तथा 1 मीटर = 100 सेमी होते हैं। तो

1 न्यूटन = 1000 ग्राम × 100 सेमी/सेकंड^2

1 न्यूटन = 10^5 ग्राम-सेमी/सेकंड^2

चूंकि हम जानते हैं कि 1 डाइन 1 ग्राम-सेमी/सेकंड^2 के बराबर होता है तो

1 न्यूटन = 10^5 डाइन

अतः 1 न्यूटन में 10^5 डाइन होते हैं यही न्यूटन तथा डायन के बीच संबंध है।

बल की विशेषताएं

किसी वस्तु पर बल लगाने के पश्चात वस्तु में निम्न प्रकार के परिवर्तन देखे जा सकते हैं -

1. किसी गतिशील वस्तु का वेग घट सकता है अथवा बढ़ सकता है।
2. वस्तु का रूप व आकार दोनों बदल सकते हैं।

3. गतिशील वस्तु की दिशा में परिवर्तन हो सकता है।

संवेग

वह राशि जो किसी वस्तु के वेग व द्रव्यमान पर निर्भर करती है। अर्थात् किसी गतिशील वस्तु के द्रव्यमान और उसके वेग के गुणनफल को संवेग कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं। माना किसी गतिशील वस्तु का द्रव्यमान m तथा वेग v हो तो संवेग की परिभाषा

संवेग = द्रव्यमान × वेग

$$P = mv$$

संवेग एक सदिश राशि है। इसकी दिशा वही होती है जो वस्तु की वेग की दिशा होती है। सदिश रूप में संवेग

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

संवेग का MKS पद्धति में मात्रक किग्रा.-मीटर/सेकंड होता है। एवं इसे न्यूटन-सेकंड भी कह सकते हैं।

संवेग संरक्षण का नियम

इस नियम के अनुसार, यदि पिंडों के किसी निकाय पर बाह्य बल शून्य है तो निकाय कर संपूर्ण संवेग संरक्षित रहता है। इसमें समय के साथ कोई परिवर्तन नहीं होता है यही संदेश संरक्षण का नियम (law of conservation of momentum) है।

संवेग संरक्षण सिद्धांत (नियम) का निगमन

माना m_1 , m_2 द्रव्यमान के दो पिंड हैं जिनके $\vec{P_1}$ व $\vec{P_2}$ हैं। v_1 व v_2 वेग से गतिशील हैं तो

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

पहले पिंड का संवेग $\vec{P_1} = m_1\vec{v_1}$

दूसरे पिंड का संवेग $\vec{P_2} = m_2\vec{v_2}$

माना दोनों पिंडों के निकाय का संपूर्ण संवेग $\vec{P}$ है तो

$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2}$

$\vec{P_1}$ व $\vec{P_2}$ के मान रखने पर

$\vec{P} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

संवेग का t समय के सापेक्ष अवकलन करने पर

$\frac{d\vec{P}}{dt} = m_1\frac{d\vec{v_1}}{dt} + m_2\frac{d\vec{v_2}}{dt}$

चूंकि वेग परिवर्तन तथा समयांतराल के अनुपात $\frac{d\vec{v}}{dt}$ को त्वरण a कहते हैं तो

$\frac{d\vec{P}}{dt} = m_1\vec{a_1} + m_2\vec{a_2}$

यदि दोनों पिंडों पर कार्यरत बल $\vec{F_1}$ व $\vec{F_2}$ है तो

Fukey Future's Key
Fukey Education

न्यूटन के द्वितीय नियमानुसार

F = ma से

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

परन्तु $\vec{F_1}$ व $\vec{F_2}$ निकाय के आन्तरिक बल हैं।

तो न्यूटन के तृतीय नियम से क्रियाओं और प्रतिक्रियाओं का परिणामी शून्य होता है

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$$

अत: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$

या $\boxed{\vec{P} = \text{नियतांक}}$

यह समीकरण संवेग संरक्षण के सिद्धांत का गणितीय रूप है।

संवेग संरक्षण के नियम से न्यूटन के तृतीय नियम की उत्पत्ति

माना दो पिंड A और B परस्पर एक-दूसरे से टकराते हैं। तो टकराते समय वे एक-दूसरे पर बल आरोपित करते है माना पिंड A पर लगने वाला बल $\vec{F_1}$ तथा पिंड B पर लगने वाला बल $\vec{F_2}$ है। इन बलों के कारण पिंड A व पिंड B के संवेग परिवर्तन क्रमशः $\overrightarrow{\Delta P_1}$ व $\overrightarrow{\Delta P_2}$ हैं। यदि दोनों पिंड Δt समय अंतराल तक एक-दूसरे के संपर्क में आते हैं। तो

सूत्र आवेग = संवेग परिवर्तन

$\vec{F_1} \times \Delta t = \overrightarrow{\Delta P_1}$ तथा $\vec{F_2} \times \Delta t = \overrightarrow{\Delta P_2}$

यदि टकराते समय पिंड A व B एक ही संयुक्त के दो भाग माने जाएं, तो इस संयुक्त पिंड पर कोई बाह्य बल आरोपित नहीं होगा। अतः न्यूटन के द्वितीय नियम से, संयुक्त पिंड का संवेग परिवर्तन शून्य होना चाहिए। अर्थात्

$\overrightarrow{\Delta P_1} + \overrightarrow{\Delta P_2} = 0$

$\overrightarrow{\Delta P_1}$ व $\overrightarrow{\Delta P_2}$ के मान रखने पर

$\overrightarrow{F_1} \times \Delta t + \overrightarrow{F_2} \times \Delta t = 0$

$(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2})\ \Delta t = 0$

अर्थात् स्पष्ट होता है कि पहले पिंड पर लगाया गया बल दूसरे पिंड पर लगाए गए बल के बराबर है एवं विपरीत दिशा में है। यही न्यूटन का तृतीय नियम है। इस प्रकार संवेग संरक्षण के नियम से न्यूटन के तृतीय नियम की उत्पत्ति की जा सकती है।

Future's Key
Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 110-112)

प्रश्न 1 निम्नलिखित पर कार्यरत नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए –

a. एकसमान चाल से नीचे गिरती वर्षा की कोई बूंद।
b. जल में तैरता 10g संहति का कोई कॉर्क।
c. कुशलता से आकाश में स्थिर रोकी गई कोई पतंग।
d. 30 km h^{-1} के एकसमान वेग से ऊबड़-खाबड़ सड़क पर गतिशील कोई कार।
e. सभी गुरुत्वीय पिण्डों से दूर तथा वैद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों से मुक्त, अन्तरिक्ष में तीव्र चाल वाला इलेक्ट्रॉन।

उत्तर-

a. ∵ त्वरण शून्य है; अत: नेट बल भी शून्य होगा।
b. ∵ उपरिमुखी गति के समय (UPBoardSolutions.com) कॉर्क जल पर स्थिर तैर रहा है अर्थात् गति नहीं हो रही है,

अत : त्वरण शून्य है,

∴ नेट बल भी शून्य है।

c. ∵ पतंग को स्थिर रोका गया है; अत: त्वरण a = 0

∴ नेट बल भी शून्य है।

d. ∵ कार का वेग एकसमान है; अतः त्वरण a = 0

∴ नेट बल भी शून्य होगा।

e. ∵ इलेक्ट्रॉन गुरुत्वीय पिण्डों, वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों से दूर है; अतः उस पर कोई बल नहीं लगेगा।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 2 0.05 kg संहति का कोई कंकड़ ऊर्ध्वाधर ऊपर फेंका गया है। नीचे दी गई प्रत्येक परिस्थिति में कंकड़ पर लग रहे नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा लिखिए –

a. उपरिमुखी गति के समय।
b. अधोमुखी गति के समय।
c. उच्चतम बिन्दु पर जहाँ क्षण भर के लिए यह विराम में रहता है। यदि कंकड़ को क्षैतिज दिशा से 45° कोण पर फेंका जाए, तो क्या आपके उत्तर में कोई परिवर्तन होगा? वायु-प्रतिरोध को उपेक्षणीय मानिए।

उत्तर-

a. उपरिमुखी गति के समय कंकड़ पर बल = कंकड़ का भार = mg = 0.05 kg × 10 m s^{-2} = 0.5 N
b. अधोमुखी गति के समय भी कंकड़ पर बल उसके भार के बराबर अर्थात् 0.5 N लगेगा।
c. इस स्थिति में भी कंकड़, पर वही बल 0.5 N ही लगेगा।

कंकड़ को क्षैतिज से 45° के कोण पर फेंकने पर भी कंकड़ पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र में गति करता है; अतः इस स्थिति में भी, प्रत्येक दशा में कंकड़ पर बल 0.5 N ही लगेगा।

प्रश्न 3 0.1 kg संहति के पत्थर पर कार्यरत नेट बल का परिमाण व उसकी दिशा निम्नलिखित परिस्थितियों में ज्ञात कीजिए –

a. पत्थर को स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्
b. पत्थर को 36 km h^{-1} के एकसमान वेग से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्,
c. पत्थर को 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने के तुरन्त पश्चात्,
d. पत्थर 1 ms^{-2} के त्वरण से गतिशील किसी रेलगाड़ी के फर्श पर पड़ा है तथा वह रेलगाड़ी के सापेक्ष विराम में है।

उपर्युक्त सभी स्थितियों में वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर-

a. स्थिर रेलगाड़ी की खिड़की से गिराने पर, पत्थर पर एकमात्र बल उसका भार नीचे की ओर कार्य करेगा।

∴ पत्थर पर बल = mg = 0.1 kg × 10 m s-2

= 1N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर।

b. इस स्थिति में भी गाड़ी से पत्थर गिराने के पश्चात् गाड़ी की गति के कारण उस पर कार्य करने वाले बल का कोई प्रभाव नहीं होगा और पत्थर पर केवल उसका भार कार्य करेगा।

∴ पत्थर पर बल =1N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर।

c. ∵ पत्थर गाड़ी से नीचे गिरा दिया गया है; अतः अब उस पर केवल उसका भार कार्य करेगा।

∴ पत्थर पर बल 1N ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर

d. ∵ पत्थर रेलगाड़ी के सापेक्ष विराम में है,

∴ पत्थर का त्वरण a = रेलगाड़ी का त्वरण = 1 m s-2

∴ F = m a से, गाड़ी की त्वरित गति के कारण पत्थर पर नेट बल

F = m a = 0.1 kg × 1 m s-2

= 0.1 N (क्षैतिज दिशा में)।

पत्थर पर कार्यरत अन्य बल उसका भार तथा फर्श की अभिलम्ब प्रतिक्रिया परस्पर सन्तुलित हो जाते हैं।

प्रश्न 4 I लम्बाई की एक डोरी का एक सिरा m संहति के किसी कण से तथा दूसरा सिरा चिकनी क्षैतिज मेज पर लगी बँटी से बँधा है। यदि कण चाल से वृत्त में गति करता है तो कण पर (केन्द्र की ओर निर्देशित) नेट बल है-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. $T,$

b. $T-\frac{mv^2}{l},$

c. $T+\frac{mv^2}{l},$

d. 0

T डोरी में तनाव है। सही विकल्प चुनिए।

उत्तर- (a). T सही विकल्प है।

स्पष्टीकरण:

कण को वृतीय गति देने के लिए अभिकेंद्र बल $\frac{mv^2}{l}$ चाहिए जो उसे डोरी में तनाव T से मिलता है।

अर्थात् $\left(T=\frac{mv^2}{l}\right)$

अतः कण पर नेट बल = T

प्रश्न 5 15ms-1 की आरम्भिक चाल से गतिशील 20kg संहति के किसी पिण्ड पर 50N का स्थायी मन्दन बल आरोपित किया गया है। पिण्ड को रुकने में कितना समय लगेगा?

उत्तर-

मंदक बल F = - 50 न्यूटन, पिंड का द्रव्यमान m = 20 किलोग्राम

अतः पिंड में अवमंदन, $a=\frac{F}{m}=\frac{-50}{20\text{ kg}}=-2.5$ मि/ सेकण्ड^2

गति की समीकरण $v_t=v_0+at$ से,

रुकने पर, $v_t=0$ तथा आरम्भिक चाल $v_0=15$ मि/ सेकण्ड^2

$$0=15+(-2.5)\times t$$

$\therefore$ समय, $t=\left(\frac{15}{2.5}\right)$ सेकंड = 6 सेकंड

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 6 3.0kg संहति के किसी पिण्ड पर आरोपित कोई बल 25s में उसकी चाल को 2.0ms^{-1} से 3.5ms^{-1} कर देता है। पिण्ड की गति की दिशा अपरिवर्तित रहती है। बल का परिमाण व दिशा क्या है?

उत्तर- पिंड का द्रव्यमान m = 3.0 किलोग्राम

समयान्तराल (t_2 - t_1) = 25 सेकण्ड

$v_{t_1} = 2.0$ मि/ सेकण्ड तथा $v_{t_1} = 3.5$ मि/ सेकण्ड

∴ गति की समीकरण

$v_{t_2} = v_{t_1} + a(t_2 - t_1)$ से,

3.5 मि/ सेकण्ड = 2.0 मि/ सेकण्ड + a(25 सेकण्ड)

अतः पिण्ड में उत्पन्न त्वरण, $a = \frac{(3.5-2.0)m/s}{25s} = 0.06$ मि/ सेकण्ड

∴ बल का परिमाण F = mg = 3.0 किग्रा. × 0.06 मी/से^{2} = 0.18 न्यूटन

चूँकि आरोपित बल का दिशा अपरिवर्तित है तथा यह पिण्ड की चाल को बढ़ा रहा है, अतः बल की दिशा पिण्ड की गति की दम में ही होगी।

प्रश्न 7 5.0kg संहति के किसी पिण्ड पर 8N व 6N के दो लम्बवत् बल आरोपित हैं। पिण्ड के त्वरण का परिमाण व दिशा ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

पिंड का द्रव्यमान $M = 5.0$ किलोग्राम बलों के परिणाम $|\overrightarrow{F_1}| = 8$ न्यूटन तथा $|\overrightarrow{F_2}| = 6$ न्यूटन है तथा ये परस्पर लंबवत् है।

अतः इन बलों के परिणामी बल का परिमाण,

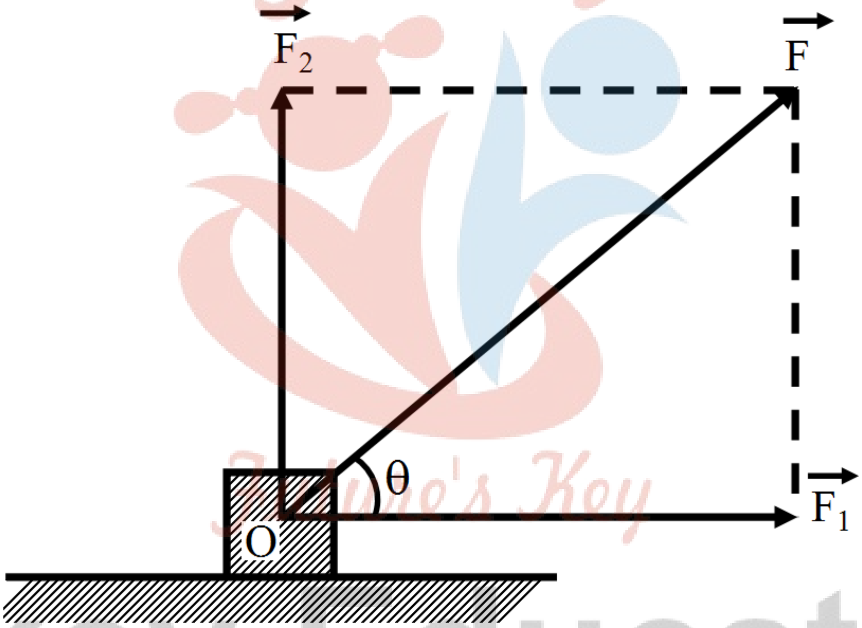
$$F = \sqrt{|\overrightarrow{F_1}|^2 + |\overrightarrow{F_2}|^2}$$

$$= \sqrt{[8^2 + 6^2]} \text{ न्यूटन} = \sqrt{(64 + 36)} \text{ न्यूटन}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ न्यूटन}$$

$\therefore$ त्वरण $\overrightarrow{a}$ का परिणाम,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ न्यूटन}}{5.0 \text{ किग्रा}} = 2 \text{ मी/से}^2$$



इस त्वरण की दिशा बल $\overrightarrow{F}$ की दिशा में होंगी। बल $\overrightarrow{F}$, की दिशा से θ कोण बना रहा है।

जहाँ चित्रानुसार,

$$\tan\theta = \frac{|\overrightarrow{F_2}|}{|\overrightarrow{F_1}|} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$\therefore$ दिशा $\theta = \tan^{-1}(0.75) = 36^\circ 53' \approx 37^\circ$

यही दिशा पिंड में उतपन्न त्वरण की भी होगी।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 8 36km h^{-1} की चाल से गतिमान किसी ऑटो रिक्शा का चालक सड़क के बीच एक बच्चे को खड़ा देखकर अपने वाहन को ठीक 4.0s में रोककर उस बच्चे को बचा लेता है। यदि ऑटो रिक्शा बच्चे के ठीक निकट रुकता है तो वाहन पर लगा औसत मन्द्रन बल क्या है? ऑटो रिक्शा तथा चालक की संहतियाँ क्रमशः 400kg और 65kg हैं।

उत्तर- ऑटो रिक्शा की प्रारम्भिक चाल υ_0 = 36 किमी/घण्टा

=36 × (518) $= 36 \times \left(\frac{5}{18}\right)$ मी/से = 10 मी/से

रुकने पर ऑटो-रिक्शा की अन्तिम चाल υt = 0

रुकने में लिया गया समय t = 4.0 सेकण्ड

गति की समीकरण $\upsilon_t = \upsilon_0 + at$ से,

0 = 10 + a × 4.0 या मंदक, $a = -\left(\frac{10}{4}\right)$ मी/से^{2} = – 2.5 मी/से^{2}

निकाय (ऑटो - रिक्शा + चालक) का द्रव्यमान

M = 400 किग्रा. + 65 किग्रा. = 465 किग्रा.

∴ औसत मंदन बल F = M × a = 465 किग्रा. × (-2.5 मी/से^{2})

= -1.162 × 10^3 न्यूटन [यहाँ (-) चिह्न मंदन का प्रतीक है।]

प्रश्न 9 20000kg उत्थापन संहति के किसी रॉकेट में 5ms^{-2} के आरम्भिक त्वरण के साथ ऊपर की ओर स्फोट किया जाता है। स्फोट का आरम्भिक प्रणोद (बल) परिकलित कीजिए।

उत्तर- रॉकेट का द्रवमान m = 20000kg, त्वरण a = 5ms^{-2}

माना रॉकेट पर आरमभिक प्रणोद F है जो ऊपर की ओर कार्य करता है।

राकेट पर दो बल लगे है- (1) प्रणोद F ऊपर की ओर तथा (2) रॉकर का भर mg निचे की ओर।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

∵ रॉकर ऊपर उठ रहा है, अतः नेट बल $F_1 = F - mg$ ऊपर की ओर लगेगा।

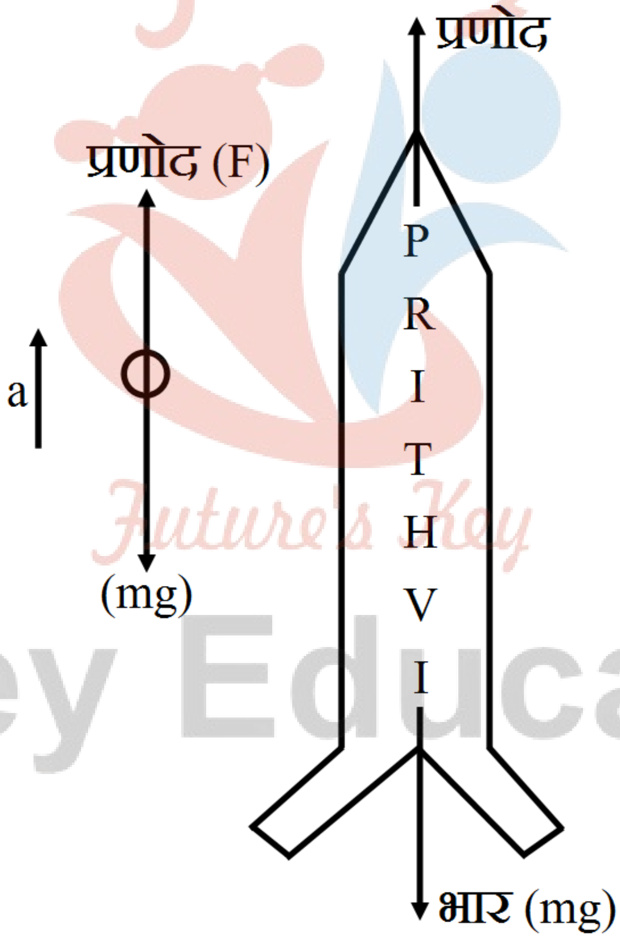
गति के द्वितीय नियम से,

$F - mg = ma$

∴ रॉकेट पर प्रणोद $F = m(g + a)$

$= 20000kg \times (10 + 5)ms^{-2}$

$F = 3.0 \times 10^5 N$



प्रश्न 10 उत्तर की ओर $10ms^{-1}$ की एकसमान आरम्भिक चाल से गतिमान 0.40kg संहति के किसी पिण्ड पर दक्षिण दिशा के अनुदिश 8.0N का स्थायी बल 30s के लिए आरोपित किया गया है। जिस क्षण बल आरोपित किया गया उसे । – 0 तथा उस समय पिण्ड की स्थिति x = 0 लीजिए। t = –5s, 25s, 100s पर इस कण की स्थिति क्या होगी?

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर- उत्तर दिशा को धनात्मक (X-अक्ष) तथा दक्षिण दिशा को ऋणात्मक (Y-अक्ष) लेते हुए t = 07 प्रारम्भिक वेग v0 = 10 मीटर/ सेकण्ड

बल, F = -8.0 न्यूटन (∵ बल की दिशा दक्षिण की ओर है)

पिण्ड में मंदक,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-8.0 \text{ न्यूटन}}{0.40 \text{ किग्रा}} = -20 \text{ मी/से}^2$$

अर्थात् यह दक्षिण दिशा में है।

चूँकि पिण्ड पर बल t = 0 पर कार्य करने लगता है। अत: t = -5 सेकण्ड पर पिण्ड पर कोई बल न लगने के कारण पिण्ड में त्वरण a = 0

t - 5 सेकण्ड पर,

गति के समीकरण से, $x_t = x_0 + v_0 \times t + \frac{1}{2}at^2$

$$x_t = 0 + 10 \times -5 + \frac{1}{2}(0)(-5)^2 = -50 \text{ मीटर}$$

अर्थात् 50 मीटर पर दक्षिण की ओर।

t = 25 सेकण्ड पर,

$$t_{25} = [0 + 10 \times 25 + \frac{1}{2}(-20) \times (25)^2 \text{ मीटर}$$

$$= (250 - 6250) = -6000m = -6.0 \text{ किमी}$$

अर्थात् 6.0 किमी पर दक्षिण की ओर।

चूँकि पिंड केवल 30 सेकण्ड तक कार्य करता है, अत: 30 सेकण्ड पश्चात् पिण्ड इस एक समान चाल से चलेगा जिसको यह t = 30 सेकण्ड पर प्राप्त कर लेगा।

∴$v_t = v_0 + a_t$ से,

v_{30} = 10 + (−20)30 = −590 मीटर/ सेकण्ड

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

t = 30 सेकण्ड पर,

$$x_{30} = \left[10 \times 30 + \frac{1}{2}(-20) \times 30^2\right] m = -8700$$

तथा शेष 70 सेकण्ड में वस्तु नियत वेग (-590 मीटर/ सेकण्ड) से चलती है।

दूरी x_{70} = (-590 मीटर/ सेकण्ड) (70 से) = -41300 मीटर.

∴ t = 100 सेकण्ड पर,

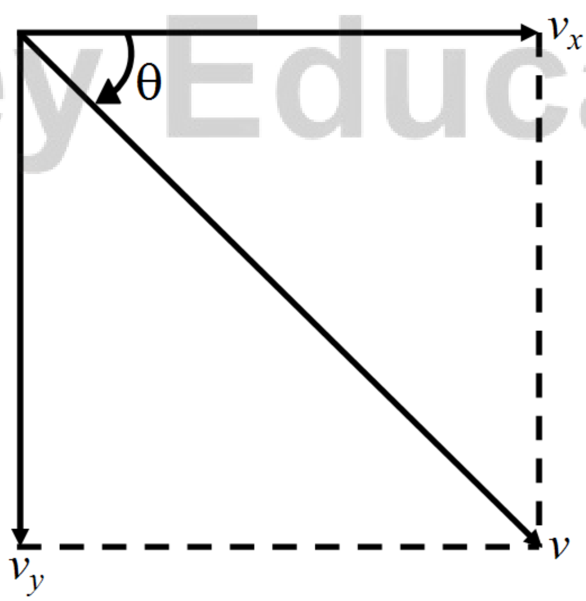
x_{100} = −41300m + (x_{20})

= −41300m + (−8700m)

= −50000m = −50km

प्रश्न 11 कोई ट्रक विरामावस्था से गति आरम्भ करके 2.0ms-2 के समान त्वरण से गतिशील रहता है। t = 10s पर, ट्रक के ऊपर खड़ा एक व्यक्ति धरती से 6m की ऊँचाई से कोई पत्थर बाहर गिराता है। t =11s पर, पत्थर का (a) वेग तथा (b) त्वरण क्या है? (वायु का प्रतिरोध उपेक्षणीय मानिए।)

उत्तर-



a. किसी ट्रुक से पत्थर को गिराते समय पत्थर का क्षैतिज वेग ट्रक के तात्कालिक वेग के बराबर होता है (जड़त्व के कारण) तथ. यह ऊर्ध्वाधर वेग गुरुत्व के कारण प्राप्त करता है जबकि गिराते क्षण ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर वेग v_0 = शून्य।

t = 10 सेकंड पर ट्रक का वेग,

$$v_{10} = v_0 + \vec{a}.t = 0 + 2.0ms^{-2} \times 10sec.$$

= 20 मीटर/ सेकण्ड

∵ क्षैतिज दिशा में गिरते हुए पत्थर में कोई त्वरण नहीं है, अतः इस दिशा में पत्थर का वेग vx = 20 मीटर/ सेकण्ड नियत रहेगा। t = 11 सेकंड पर अर्थात् t = 10 सेकंड पर ट्रक से पत्थर गिराए जाने के Δt = 11 – 10 = 1 सेकंड पश्चात् पत्थर का उर्ध्वाधरतः निचे के ओर वेग,

$$v - y = v_0 + g.\Delta t$$

$$= 0 + (-10) \times 1 = -10m/s$$ [-चिन्ह $\vec{v_y}$ की दिशा का प्रतिक है।]

अतः पत्थर का t = 11 सेकंड पर नेट वेग,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(20)^2 + (10)^2} = \sqrt{500} = 22.4m/s$$

यदि $\vec{v}$ द्वारा क्षैतिज से बना कोण θ हो, तो

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \left(\frac{-10}{20}\right) = -0.5$$

या $\theta = \tan^{-1}(-0.5) = -26.6^\circ$

(-) चिन्ह, यह दर्शाता है कि दिशा 29.5° क्षैतिज से निचे की और अर्थात् दक्षिणावर्त है।

b. t = 11 सेकंड पर, पत्थर का त्वरण = गुरुत्वीय त्वरण = 10 मी/ सेकण्ड^2 उर्ध्वाधरतः निचे की ओर है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 12 किसी कमरे की छत से 2m लम्बी डोरी द्वारा 0.1kg संहति के गोलक को लटकाकर दोलन आरम्भ किए गए। अपनी माध्य स्थिति पर गोलक की चाल 1ms-1 है। गोलक का प्रक्षेप्य-पथ क्या होगा यदि डोरी को उस समय काट दिया जाता है जब गोलक अपनी (a) चरम स्थितियों में से किसी एक पर है तथा (b) माध्य स्थिति पर है?

उत्तर-

a. चरम स्थिति में गोलक का वेग शून्य होगा, अत: डोरी काट देने पर, गोलक ऊर्ध्वाधर रेखा में नीचे की ओर गिर जाएगा।
b. माध्य स्थिति में गोलक के पास क्षैतिज दिशा में अधिकतम वेग होगा, अत: इस स्थिति में डोरी काट दिए जाने पर गोलक प्रक्षेप्य की भाँति परवलयाकार पथ पर चलता हुआ अन्त में भूमि पर गिर जाएगा।

प्रश्न 13 किसी व्यक्ति की संहति 70kg है। वह एक गतिमान लिफ्ट में तुला पर खड़ा है जो-

a. 10 ms^{-1} की एक समान चाल से ऊपर जा रही है
b. 5ms^{-2} के एक समान त्वरण से नीचे जा रही है
c. 5ms^{-2} के एक समान त्वरण से ऊपर जा रही है, तो प्रत्येक प्रकरण में तुला के पैमाने का पाठ्यांक क्या होगा?
d. यदि लिफ्ट की मशीन में खराबी आ जाए और वह गुरुत्वीय प्रभाव में मुक्त रूप से नीचे गिरे तो पाठ्यांक क्या होगा?

उत्तर-

a. दिया है- व्यक्ति की संहति m = 70kg

$\because$ लिफ्ट एकसमान वेग से गतिमान है, अत: त्वरण a = 0

$\therefore$ तुला का पाठ्यांक $R = mg = 70kg \times 9.8ms^{-2}$

$= 686N$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

b. दिया है- व्यक्ति की संहति m = 70kg

यहाँ लिफ्ट त्वरण $a = 5ms^{-2}$ से नीचे जा रही है

∴ तुला का पाठ्यांक $R = m(g - a)$

$= 70kg\ (9.8 - 5)ms^{-2}$

= 336N

c. दिया है- व्यक्ति की संहति m = 70kg

यहाँ लिफ्ट त्वरण $a = 5ms^{-2}$ से ऊपर जा रही है,

∴ तुला का पाठ्यांक $R = m\ (g + a)$

= 70kg (9.8 + 5)ms-2

= 1036N

d. दिया है- व्यक्ति की संहति m = 70kg

∵ लिफ्ट गुरुत्वीय प्रभाव में मुक्त रूप से गिर रही है, अर्थात् $a = g$

तब, तुला का पाठ्यांक $R = m(g - a)$

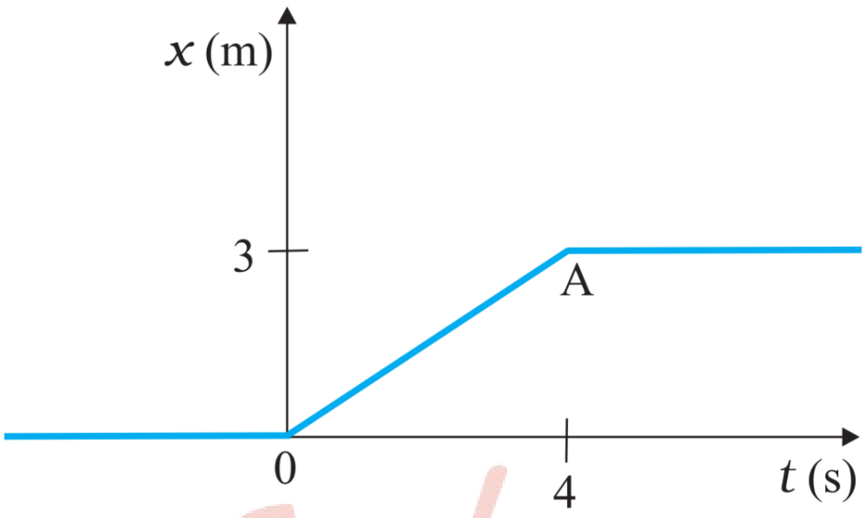
$= 70kg \times 0 = 0$

प्रश्न 14 चित्र में 4 kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है।

a. t < 0, t > 4s, 0 < t,< 4s के लिए पिण्ड पर आरोपित बल क्या है?

b. t = 0 तथा t = 4s पर आवेग क्या है? (केवल एकविमीय गति पर विचार कीजिए)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



उत्तर-

a. $t < 0$ के लिए स्थिति-समय ग्राफ समय अक्ष के साथ सम्पाती है अर्थात् पिण्ड मूलबिन्दु पर विराम में स्थित है।

∴ पिण्ड पर आरोपित बल शून्य है।

$t > 4s$ के लिए स्थिति-समय माफ समय अक्ष के समान्तर सरल रेखा है जो बताती है कि इस काल में पिण्ड की

मूलबिन्दु से दूरी नियत है।

अर्थात् पिण्ड विराम में है।

∴ पिण्ड पर कार्यरत बल शून्य है।

पुन: $0 < t < 4s$ के लिए स्थिति समय-ग्राफ एक झुकी हुई सरल रेखा है जो यह बताती है कि इस काल में पिण्ड की मूलबिन्दु से दूरी नियत दर से बढ़ रही है।

अर्थात् पिण्ड नियत वेग से गति कर रहा है, अतः उसको त्वरण शून्य है।

∴ पिण्ड पर आरोपित बल शून्य है।

b. $t = 0$ से पूर्व पिंड का वेग, $v1=0$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

t = 0 के तुरंत बाद पिण्ड का वेग v2= ग्राफ OA का ढाल

$$= \frac{3-0}{4-0} = \frac{3}{4}\text{ms}^{-1}$$

$\therefore t = 0$ पर, आवेग = संवेग - परिवर्तन

$$= mv_2 - mv_1$$

$$= 4\text{kg} \times \frac{3}{4}\text{ms}^{-1} - 4\text{kg} \times 0$$

$$= 3\text{kg ms}^{-1}$$

पुनः t = 4s के ठीक पहले वेग $v_1 = \frac{3}{4}\text{ms}^{-1}$

($t = 0$ से $t = 4s$ तक वेग नियत है)

तथा t = 4s के ठीक बाद वेग $v_2 = 0$

$\therefore t = 4s$ पर आवेग = संवेग - परवर्तन

$$= mv_2 - mv_1$$

$$= 4\text{kg} \times 0 - 4\text{kg} \times \frac{3}{4}\text{ms}^{-1}$$

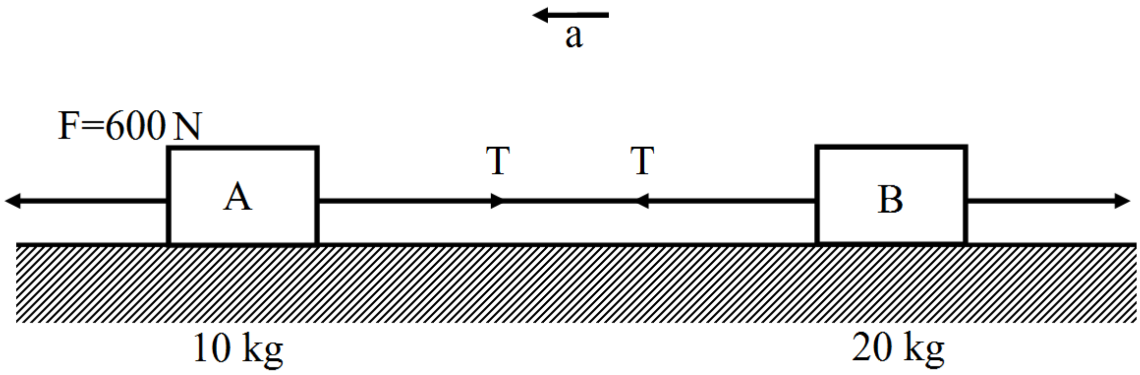
$$= -3\text{kg ms}^{-1}$$

प्रश्न 15 किसी घर्षणरहित मेज पर रखे 10kg तथा 20kg के दो पिण्ड किसी पतली डोरी द्वारा आपस में जुड़े हैं। 600N का कोई क्षैतिज बल (i) A पर, (ii) B पर डोरी के अनुदिश लगाया जाता है। प्रत्येक स्थिति में डोरी में तनाव क्या है?

उत्तर- दिया है: F = 600N,m_A = 10kg, m_B = 20kg

माना पिण्ड A पर बल लगाने से दोनों पिंड a त्वरण से चलना प्रारम्भ करते है तथा डोरी में तनाव T है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



पिंड A पर बल F आगे की ओर तथा तनाव T पीछे की ओर लगेगा, अतः नेट बल FA = F - T होगा।

∴ गति के द्वितीय नियम से,

$F_A = m_A a$ या $F - T = m_A a$

या $600 - T = 10a \ldots (i)$

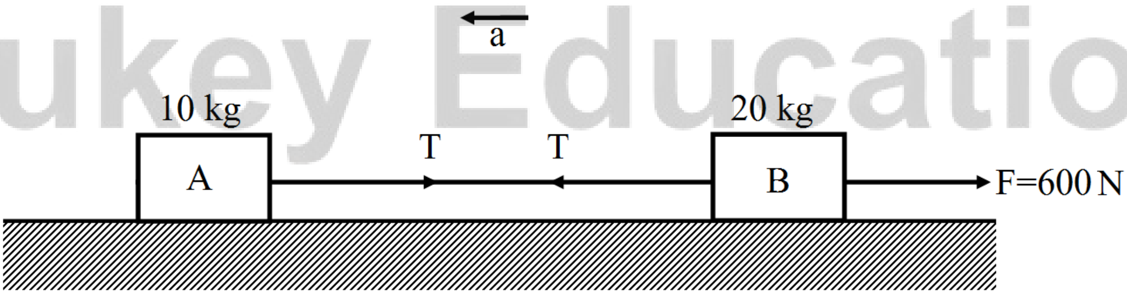
$\therefore T = m_B a$

या $T = 20a \ldots (ii)$

समीकरण (i) को (ii) से गुना करके समीकरण (ii) में से घटने पर,

3T - 1200 = 0

∴ डोरी का तनाव $T = \frac{1200N}{3} = 400N$



F - T = mBa

या 600 - T = 20a

पिंड A पर नेट बल T आगे लगेगा

$\therefore T = m_A a$

या T = 10a

समीकरण (ii) को 2 से गुना करके समीकरण (i) में से घटने पर,

600 - 3T या 3T = 600N

∴ डोरी का तनाव $T = \frac{600N}{3} = 200N$

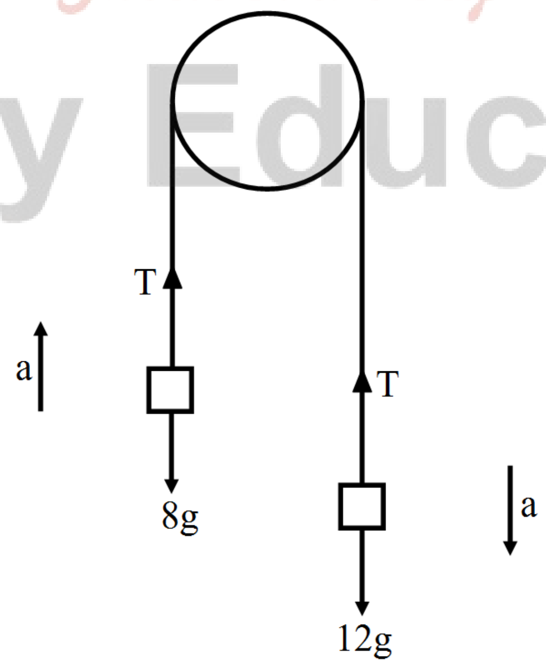
प्रश्न 16 8kg तथा 12kg के दो पिण्डों को किसी हल्की अवितान्य डोरी, जो घर्षणरहित घिरनी पर चढ़ी है, के दो सिरों से बाँधा गया है। पिण्डों को मुक्त रूप से छोड़ने पर उनके त्वरण तथा डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना पिण्डों को मुक्त छोड़ने पर भारी पिण्ड a त्वरण से नीचे की ओर उतरता है। चूंकि डोरी अवितान्य है; अत: हल्का

पिण्ड त्वरण से ऊपर की ओर चढ़ेगा।

माना डोरी में तनाव T है, जो कि पूरी डोरी में एकसमान होगा।

भारी अर्थात् 12 kg के पिण्ड पर नेट बल F = 12g - T नीचे की ओर कार्य करेगा।



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अतः गति के द्वितीय नियम से, F = ma

अर्थात् 12g - T 12a ...(i)

∵ 8kg का पिण्ड ऊपर की ओर चढ़ रहा है, अतः इसकी गति का समीकरण

T - 8g = 8a

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर,

12g - 8g = 20a

4g = 20a

∴ पिण्डो का त्वरण $a = \frac{4a}{20} = \frac{4kg \times 10ms^{-2}}{20kg} = 2.0ms^{-2}$

समीकरण (ii) में त्वरण a का मान रखने पर,

T − 8g = 8 × 2.0

अतः डोरी का तनाव T = 8g + 8 × 2.0

= 8kg × (10 + 2.0)ms^{-2} = 96.0N

प्रश्न 17 प्रयोगशाला के निर्देश फ्रेम में कोई नाभिक विराम में है। यदि यह नाभिक दो छोटे नाभिकों में विघटित हो जाता हैं तो यह दर्शाइए कि उत्पाद विपरीत दिशाओं में गति करने चाहिए।

Fukey Education

उत्तर- माना नाभिक का द्रव्यमान m है तथा प्रश्नानुसार यह विराम में है अर्थात् $\overset{V}{\rightarrow}$

∴ नाभिक को प्रारम्भिक संवेग = m × 0 = 0

माना इसके टूटने से बने दो नाभिकों के द्रव्यमान m_1 तथा m_2 हैं तथा ये क्रमशः $\overset{V_1}{\rightarrow}$ तथा $\overset{V_2}{\rightarrow}$ वेगों से गति करते हैं।

अतः इन नए नाभिकों का कुल संवेग $m_1 \overset{V_1}{\rightarrow} + m_2 \overset{V_2}{\rightarrow}$

∵ नाभिक स्वतः विघटित हुआ है अर्थात् उस पर बाह्य बल शून्य है; अत: निकाय का संवेग संरक्षित रहेगा।

∴ विघटन के बाद कुल संवेग = विघटन के पूर्व कुल संवेग

अथवा $m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = 0$

अथवा $m_2\overrightarrow{v_2} = -m_1\overrightarrow{v_1}$

$\Rightarrow \overrightarrow{v_2} = -\left(\frac{m_1}{m_2}\right)\overrightarrow{v_1}$

अथवा $\overrightarrow{v_2} = -\lambda\overrightarrow{v_1}$ $\left(\text{जहाँ } \lambda = \frac{m_1}{m_2} \text{ धनात्मक संख्या है}\right)$

उक्त सम्बन्ध से स्पष्ट है की वेग $\overrightarrow{v_1}$ तथा $\overrightarrow{v_1}$ परस्पर विपरीत है अर्थात् उत्पाद नाभिक विपरीत दिशाओं में गति करेंगे।

प्रश्न 18 दो बिलियर्ड गेंद जिनमें प्रत्येक की संहति 0.05kg है, 6 मी/ से$^{-1}$ की चाल से विपरीत दिशाओं में गति करती हुई संघट्ट करती हैं और संघट्ट के पश्चात् उसी चाल से वापस लौटती हैं। प्रत्येक गेंद पर दूसरी गेंद कितना आवेग लगाती है?

उत्तर- प्रत्येक गेंद का द्रवमान m = 0.05kg

प्रत्येक गेंद की चाल v = 6m/ s

सघट्ट से पहले प्रत्येक गेंद का संवेग

$P_i = m(-v)$

= 0.05 × (-6) = -0.30kg-m/ s

संघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गेंद उसी चल से वापस लौटती है। अतः अघट्ट के पश्चात् प्रत्येक गेंद का सवेग

$P_1 = m(-v)$

= 0.05 × (-6) = -0.30 kg-m/ s

प्रत्येक गेंद पर लगाया गया आवेग = उसके संवेग में परिवर्तन

= P_1 - P_i

= -030 - (0.30) = -0.60kg-m/s

प्रश्न 19 100kg संहति की किसी तोप द्वारा 0.020kg का गोला दागा जाता है। यदि गोले की नालमुखी चाल 80 मी/से$^{-1}$ है तो तोप की प्रतिक्षेप चाल क्या है?

उत्तर- तोप का द्रव्यमान M = 100 किग्रा

गोले का द्रव्यमान m = 0.020 किग्रा गोले की नालमुखी चाल = 80 मी/से

माना तोप की प्रतिक्षेप चाल = V मी/से

प्रारम्भ में गोला व तोप दोनों विरामावस्था में हैं। अत: प्रारम्भ में प्रत्येक का संवेग शून्य था।

अतः रेखीय संवेग-संरक्षण नियम के अनुसार,

तोप तथा गोले का अन्तिम संवेग = प्रारम्भिक संवेग

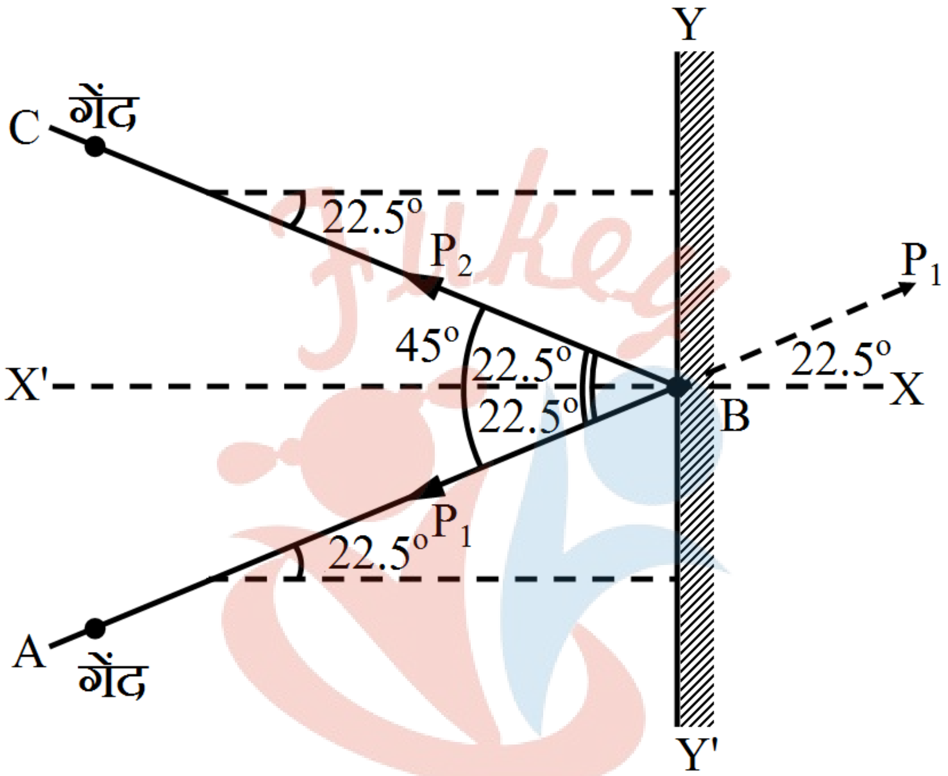
$$\therefore M \times V + m \times v = 0$$
$$\text{या } MV = -mv$$
$$\therefore V = -\left(\frac{m}{M}\right)v = -\left[\frac{0.020\text{kg}}{100\text{kg}}\right] \times 80 \text{ मीटर/ सेकण्ड}$$
$$= 0.016 \text{ मीटर/ सेकण्ड}$$

यहाँ (-) चिह्न इस तथ्य का प्रतीक है कि तोप का वेग गोले के वेग की विपरीत दिशा में होगा। इसीलिए इसको प्रतिक्षेप चाल कहते हैं। अत: तोप की प्रतिक्षेप चाल = 0.016 सेमी/से।

प्रश्न 20 कोई बल्लेबाज किसी गेंद को 45° के कोण पर विक्षेपित कर देता है। ऐसा करने में वह गेंद की आरम्भिक चाल, जो 54km/h-1 है, में कोई परिवर्तन नहीं करता। गेंद को कितना आवेग दिया जाता है? (गेंद की संहति 0.15kg है)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर- माना गेंद पथ AB के अनुदिश बल्लेबाज की ओर υ = 54 किमी/घण्टा $= 54 \times \left(\frac{5}{18}\right)$ मी/से = 15 मी/से की चाल से आ रही है। यह बिन्दु B पर बल्लेबाज द्वारा उसी चाल से कोण ABC = 45° पर पथ BC के अनुदिश विक्षेपित कर दी जाती है। B से गुजरते ऊर्ध्वाधर तल पर X’ BX अभिलम्ब है।



माना गेंद पथ PO के अनुदिश आती है। बल्लेबाज गेंद को 45° के कोण पर पथ OQ के अनुदिश विक्षेपित कर देता है।

$$\angle PON = \angle NOQ = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

गेंद के PO के अनुदिश प्ररम्भिक वेग तथा OQ के अनुदिश अंतिम वेग लम्बवत् घटकों में वियोजित करते है।

वेग का क्षैतिज घटक usinθ अपरिवर्तित रहता है जबकि ऊर्ध्वाधर घटक usinθ व्युत्क्रम हो जाता है।

∴ गेंद को दिया गया आवेग = गेंद के रेखीय संवेग में परिवर्तन

$$= \text{mu}\cos\theta - (-\text{mu}\cos\theta)$$

$$= 2\text{mu}\cos\theta$$

$$= 2 \times 0.15 \times 15 \times \cos 22.5^\circ$$

$$= 4.5 \times 0.9239 \text{ kg-m/s}$$

$$= 4.16 \text{ kg-m/s}$$

सावधानी यदि कण की संघट्ट से पूर्व एवं संघट्ट के पश्चात् कण की गति की दिशाएँ सामान नहीं है, तब हमें रेखीय संवेगों को लंबवत् घटकों में वियोजित करना चाहिए।

प्रश्न 21 किसी डोरी के एक सिरे से बँधा 0.25kg संहति का कोई पत्थर क्षैतिज तल में 1.5m त्रिज्या के वृत्त पर 40rev/min की चाल से चक्कर लगाता है। डोरी में तनाव कितना है? यदि डोरी 200N के अधिकतम तनाव को सहन कर सकती है, तो वह अधिकतम चाल ज्ञात कीजिए जिससे पत्थर को घुमाया जा सकता है।

उत्तर- दिया है : पत्थर का द्रव्यमान m = 0.25 kg

a. वृतीय पथ की त्रिज्या R = 1.5 m,

घूर्णन आवृत्ति $v = \frac{40 \text{ चक्कर}}{1 \text{ min}} = \frac{40 \text{ चक्कर}}{60 \text{ s}} =$ चक्कर/s

डोरी में तनाव T = ?

पत्थर को वृतीय पथ पर घूमने के लिए अभिकेंद्र बल डोरी के तनाव T से मिलता है,

अतः $T = mR\omega^2 = mR(2\pi v)^2 (\because \omega = 2\pi v)$

$$= 4\pi^2 mR\, v^2$$

$$= 4 \times (3.14)^2 \times 025\text{kg} \times 1.5\text{m} \times \left(\frac{2}{3}\text{s}^{-1}\right)^2$$

$$= 6.6\text{N}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

b.

. डोरी का अधिकतम तनाव $T_{max} = 200N$ तो पत्थर की अधिकतम चाल = सूत्र $T = \frac{mv^2}{R}$ से, $T \propto v^2$

अतः जब T महत्तम होगा तो चल v भी महहतम होगी।

$$\therefore v_{max}^2 = \frac{T_{max}R}{m}$$

$$= \frac{200N \times 1.5m}{0.25kg} = 1200m^2s^{-2}$$

$$\therefore v_{max} = 20 \times \sqrt{3}\ ms^{-1} = 34.6\ ms^{-1} \approx 35\ ms^{-1}$$

प्रश्न 22 यदि अभ्यास प्रश्न 21 में पत्थर की चाल को अधिकतम निर्धारित सीमा से भी अधिक कर दिया जाए तथा डोरी यकायक टूट जाए, तो डोरी के टूटने के पश्चात पत्थर के प्रक्षेप का सही वर्णन निम्नलिखित में से कौन करता है-

a. वह पत्थर झटके के साथ त्रिज्यत: बाहर की ओर जाता है।
b. डोरी टूटने के क्षण पत्थर स्पर्शरेखीय पथ पर उड़ जाता है।
c. पत्थर स्पर्शी से किसी कोण पर, जिसका परिमाण पत्थर की चाल पर निर्भर करता है, उड़ जाता है।

उत्तर- (b). डोरी टूटने के क्षण पत्थर स्पर्श रेखीय पथ पर उड़ जाता है,

स्पष्टीकरण: क्योंकि उस क्षण पर पत्थर की चाल स्पर्श रेखीय होती है।

प्रश्न 23 स्पष्ट कीजिए कि क्यों-

a. कोई घोड़ा रिक्त दिकस्थान (निर्वात) में किसी गाड़ी को खींचते हुए दौड़ नहीं सकता।
b. किसी तीव्र गति से चल रही बस के यकायक रुकने पर यात्री आगे की ओर गिरते हैं।
c. लान मूवर को धकेलने की तुलना में खींचना आसान होता है।
d. क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय अपने हाथ गेंद के साथ पीछे को खींचता है।

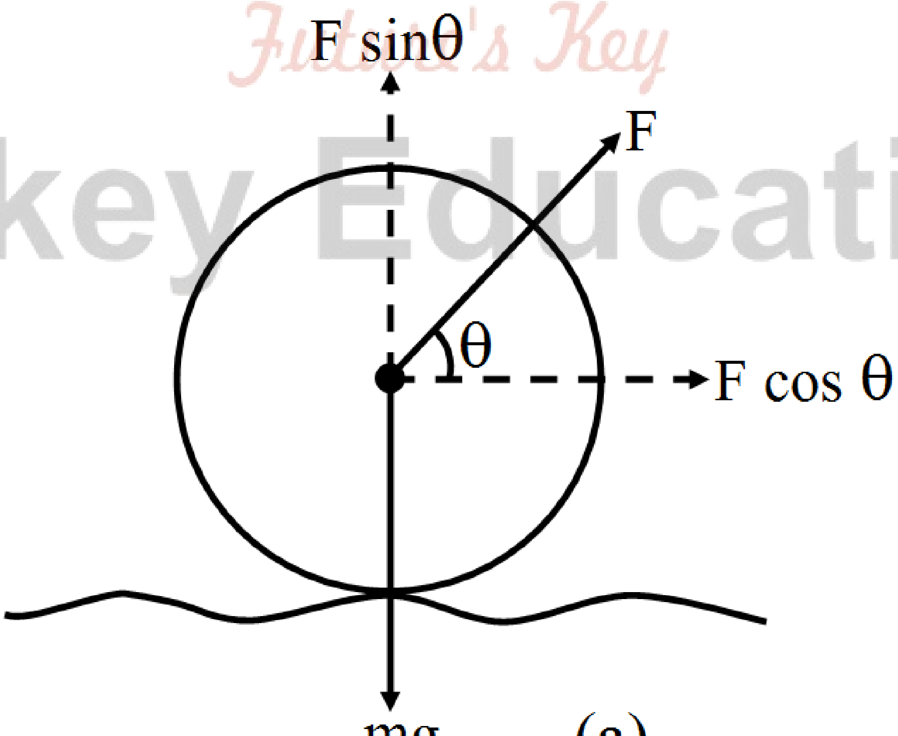
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर-

a. जब एक घोड़ा गाड़ी को खींचने का प्रयत्न करता है तो वह पृथ्वी पर पीछे की ओर एक कोण पर बल लगाता है। न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार, पृथ्वी भी घोड़े के पैरों पर बराबर व विपरीत दिशा में प्रतिक्रिया बल लगाती है। इस प्रतिक्रिया का ऊर्ध्वाधर घटक घोड़े के भार को सन्तुलित करता है तथा क्षैतिज घटक गाड़ी को गति प्रदान करता है। रिक्त दिक्स्थान में, कोई प्रतिक्रिया न होने के कारण एक घोड़ा गाड़ी को नहीं खींच सकता है।

b. जब बस गति कर रही है तब उसमें बैठे यात्री भी बस के वेग से उसी दिशा में गति करते हैं। बस के यकायक रुकने पर यात्रियों के शरीर के नीचे का भाग जो बस से सीधे सम्पर्क में है बस के साथ मंदित होता है, परन्तु शरीर का ऊपरी भाग जो बस के सीधे सम्पर्क में नहीं है अपनी गति के जड़त्व के कारण पूर्ववत् दिशा में ही गति करता रहता है जिस कारण यात्री आगे की ओर गिर पड़ते हैं।

c. लान मूवर को खींचने के लिए एक बल F क्षैतिज से θ कोण पर ऊपर की ओर लगाया जाता है (चित्र a) इस बल का ऊर्ध्वाधर घटक ऊपर की ओर होता है जो लान मूवर के प्रभावी भार को कम कर देता है।



(a)

Fukey Education

लान मूवर को धकेलने के लिए एक बल F क्षैतिज से कोण पर नीचे की ओर लगाया जाता है (चित्र b) इस बल का ऊर्ध्वाधर घटक नीचे की ओर होता है जो लान मूवर के प्रभावी भार को बढ़ा देता है। अतः लान भूवर को धकेलने की तुलना में खीचना आसान होता है।

d. गेंद को लपकने में हाथों को दिया गया आवेग =F × Δt = गेंद के संवेग में परिवर्तन जब क्रिकेट का खिलाड़ी गेंद को लपकते समय हाथों को पीछे खींचता है तो गेंद को रोकने में लगा समय बढ़ जाता है। समय बढ़ जाने के कारण गेंद द्वारा क्रिकेट के खिलाड़ी के हाथों पर लगाया गया बल घट जाता है जिससे उसे हाथों को कम चोट लगती है।

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 113-115)

प्रश्न 24 चित्र में 0.04kg संहति के किसी पिण्ड का स्थिति-समय ग्राफ दर्शाया गया है। इस गति के लिए कोई उचित भौतिक संदर्भ प्रस्तावित कीजिए। पिण्ड द्वारा प्राप्त दो क्रमिक आवेगों के बीच समय-अन्तराल क्या है? प्रत्येक आवेग का परिमाण क्या है?

उत्तर- यह स्थिति-समय ग्राफ दो समान्तर ऊर्ध्वाधर दीवारों के बीच एक समान चाल से क्षैतिज गति करती हुई गेंद का ग्राफ हो सकता है, जो बारम्बार एक दीवार से टकराती है फिर 2s बाद दूसरी दीवार से टकराती है। यह क्रिया लगातार चलती है।

पिण्ड के वेग में प्रत्येक 2s के अन्तराल के बाद परिवर्तन आता है।

अतः दो क्रमिक आवेगों के बीच समयांतराल = 2s

t = 2s से पहले वेग v_1 = ग्राफ का ढाल $= \frac{2-0}{2-0} = 1\text{cm s}^{-1} = 0.01\text{ms}^{-1}$

t = 2s के बाद वेग v_2 = ग्राफ का ढाल $= \frac{0-2}{4-2} = -1\text{cm s}^{-1} = -0.01\text{ms}^{-1}$

$\therefore$ प्रारम्भिक संवेग $p_1 = mv_1 = 0.04 \times 0.01 = 4 \times 10^{-1}\text{kg ms}^{-1}$

अंतिम संवेग $p_2 = mv_2 = 0.04 \times (-0.01) = -4 \times 10^{-4}\text{kg ms}^{-1}$

$\therefore$ प्रत्येक आवेग का परिणाम = संवेग परिवर्तन

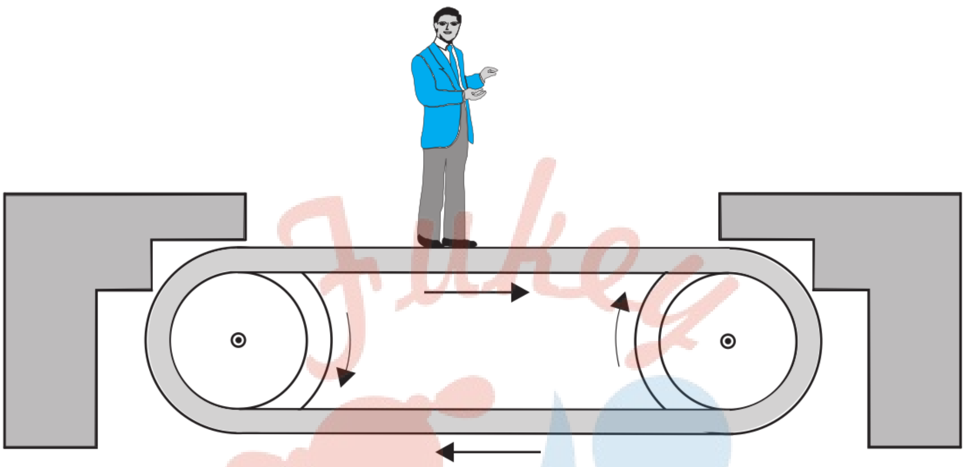
$= p_1 - p_2 = [4 \times 10^{-4} - (-4 \times 10^{-4})]$

$= 8 \times 10^{-1}\text{kg ms}^{-1}$

$= 8 \times 10^{-4}\text{Ns}$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 25 चित्र में कोई व्यक्ति $1ms^{-2}$ त्वरण से गतिशील क्षैतिज संवाहक पट्टे पर स्थिर खड़ा है। उस व्यक्ति पर आरोपित नेट बल क्या है? यदि व्यक्ति के जूतों और पट्टे के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.2 है तो पट्टे के कितने त्वरण तक वह व्यक्ति उस पट्टे के सापेक्ष स्थिर रह सकता है? (व्यक्ति की संहति = 65 kg)



उत्तर-

i. दिया है: पट्टे का त्वरण $a = 1ms^{-2}$, व्यक्ति का

द्रव्यमान $m = 65kg$

∵ व्यक्ति पट्टे पर स्थिर खड़ा है, अत: व्यक्ति का त्वरण भी $a = 1ms^{-2}$ है।

सूत्र $F = ma$ से,

व्यक्ति पर आरोपित नेट बल $F = 65kg \times 1ms^{-2} = 65N$

ii. व्यक्ति के जूतों और पट्टे के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक $\mu s = 0.2$

∵ पट्टा क्षैतिज है, अत: मनुष्य पर पट्टे की अभिलम्ब प्रतिक्रिया

$N = mg = 65kg \times ms^{-2} = 650N$

माना पट्टे का अधिकतम त्वरण a है, तब पट्टे के साथ गति करने के लिए व्यक्ति को ma के बराबर बल की आवश्यकता होगी जो उसे स्थैतिक घर्षण से मिलेगा।

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

इसके लिए आवश्यक है कि

माना पट्टे का अधिकतम त्वरण a है, तब पट्टे के साथ गति करने के लिए व्यक्ति को ma के बराबर बल की आवश्यकता होगी जो उसे स्थैतिक घर्षण से मिलेगा।

इसके लिए आवश्यक है कि-

$$ma \leq \mu_s N$$

$$\therefore \text{ अधिकतम त्वरण } a = \frac{\mu_s n}{m} = \frac{0.2 \times 650N}{65kg} = 2.0ms^{-2}$$

प्रश्न 26 m संहति के पत्थर को किसी डोरी के एक सिरे से बाँधकर R त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त में घुमाय जाता है। वृत्त के निम्नतम तथा उच्चतम बिन्दुओं पर ऊर्ध्वाधरत: अधोमुखी दिशा में नेट बल है- (सही विकल्प चुनिए)

संख्या क्रमांक	निम्नतम बिंदु पर	उच्चतम बिंदु पर
a.	$Mg = -T_1$	$mg+T_2mg+T_2$
b.	$Mg + T_1$	$mg-T_2mg-T_2$
c.	$mg+T_1-(mv^2_1)/R$	$mg-T_2+(mv^2_2)/R$
d.	$mg-T_1-(mv^2_1)/Rmg-T_1-(mv^1_2)/R$	$mg+T_2+(mv^2_2)/R$

यहाँ T_1 तथा T_2 निम्तम बिंदु पर तनाव तथा चाल दर्शाते है। T_2 तथा v_2 इसके उच्चतम बिंदु पर तद्रूपी मान है।

उत्तर-

b.

संख्या क्रमांक	निम्नतम बिंदु पर	उच्चतम बिंदु पर
a.	$mg = -T_1$	$mg + T_2$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

स्पष्टीकरण-

निम्नतम बिन्दु पर तनाव T_1 ऊपर की ओर, भार mg नीचे की ओर है।

∴ नेट अधोमुखी बल = mg - T_1

उच्चतम बिन्दु पर तनाव T_2 व भार mg दोनों नीचे की ओर लगेंगे।

∴ नेट अधोमुखी बल = mg + T_2

प्रश्न 27 1000kg संहति का कोई हेलीकॉप्टर 15ms-2 के ऊर्ध्वाधर त्वरण से ऊपर उठता है। चालक दल तथा यात्रियों की संहति 300kg है। निम्नलिखित बलों का परिमाण व दिशा लिखिए–

a. चालक दल तथा यात्रियों द्वारा फर्श पर आरोपित बल
b. चारों ओर की वायु पर हेलीकॉप्टर के रोटर की क्रिया, तथा
c. चारों ओर की वायु के कारण हेलीकॉप्टर पर आरोपित बल।

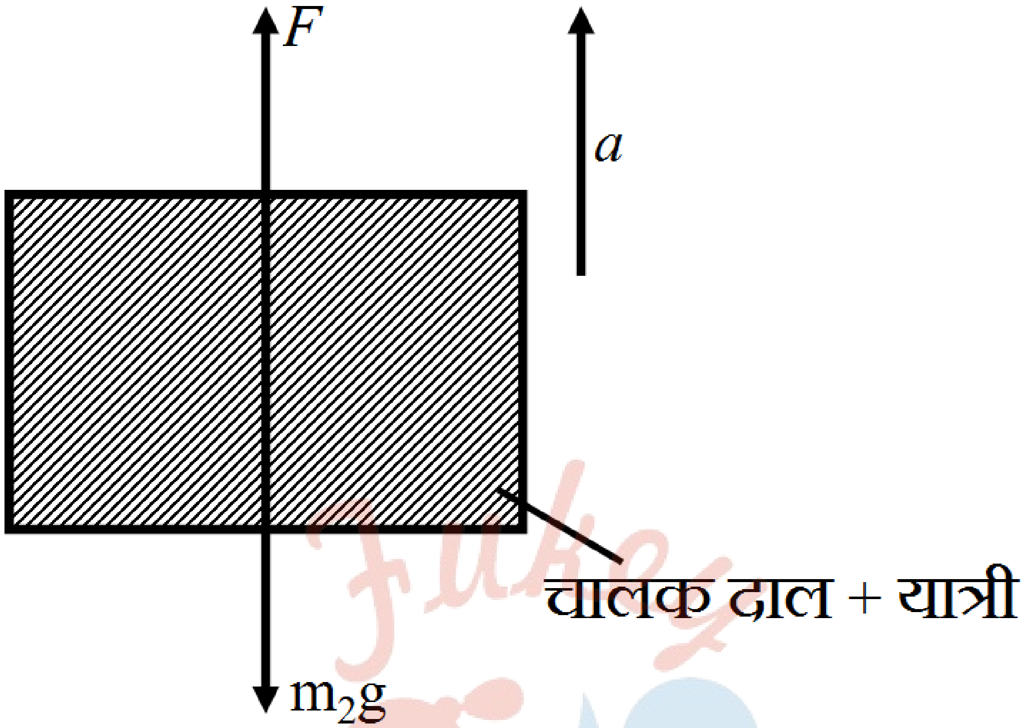
उत्तर- हेलीकॉप्टर का द्रव्यमान = m1 = 1000kg

चालक दल + यात्रियों की संहति m2 = 300kg

ऊपर की ओर त्वरण a = 15 मीटर/ सेकण्ड2

a. चित्र में हेलीकॉप्टर के अंदर स्तिथ निकाय (चालक दल + यात्री) का मुक्त पिण्ड आरेखा प्रदर्शित है। इस निकाय पर निम्नलिखित बल कार्यरत है-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



i. निकाय का भर m_2g (उर्ध्वाधरत: निचे की ओर)

ii. फर्श द्वारा निकाय (चालक दल + यात्री) पर पारोपित बल F (उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर)

इस निकाय की गति की समीकरण $F - m^2g = m^2a$

$\therefore F = m^2 (a + g) = 300kg \times (15 + 10)m/s^2$

= 7500 न्यूटन (उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर)

अत: गति विषयक क्रिया - प्रक्रिया (तृतीय) नियम के आधार पर,

चालक + यात्रियों द्वारा फर्श पर आयोजित बल

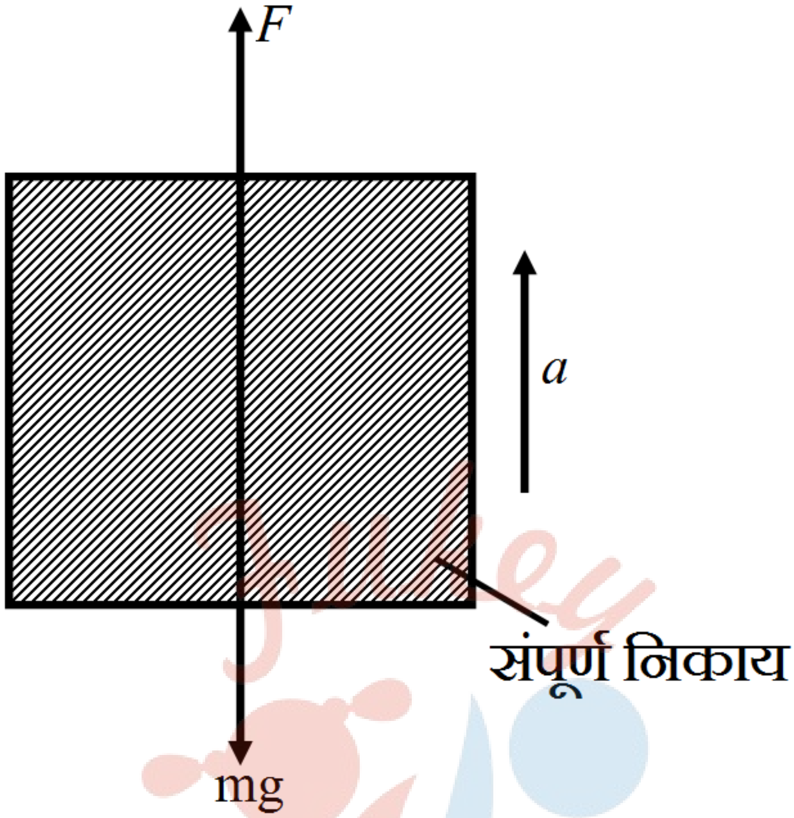
= 7500 न्यूटन (उर्ध्वाधरत: निचे की ओर)

b. सम्पूर्ण निकाय (हेलीकॉप्टर + चालक दाल + यात्री) का कुल द्रवमान

$M = m_1 + m_2 = (1000kg + 300kg)$

= 1300kg

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



माना चारों ओर की वायु द्वारा सम्पूर्ण निकाय पर आरोपित बल F है तो सम्पूर्ण निकाय के मुक्त पिण्ड आरेख से इसकी गति समीकरण

$F - Mg = Ma$

$\therefore F = M(a + g) = 1300kg \times (15 \times 10)m/s^2$

= 32500 न्यूटन = 3.25 × 104 न्यूटन (उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर)

अत: चारों ओर की वायु पर हेलीकाप्टर के रोटर की क्रिया

A = -F (न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम के अनुसार)

= 3.25×10^4 न्यूटन (उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर)

c. चारों ओर की वायु के कारण हेलीकाप्टर पर आरोपित बल

$F' = 3.25 \times 10^4$ न्यूटन (उर्ध्वाधरत: ऊपर की ओर)

Fukey Education

प्रश्न 28 $15 ms^{-1}$ चाल से क्षैतिजत: प्रवाहित कोई जलधारा 10^{-2} मी2 अनुप्रस्थ काट की किसी नली से बाहर निकलती है तथा समीप की किसी ऊर्ध्वाधर दीवार से टकराती है। जल की टक्कर द्वारा, यह मानते हुए कि जलधारा टकराने पर वापस नहीं लौटती, दीवार पर आरोपित बल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- नली के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A = 10-2 मी2

इससे निकलने वाली जल-धारा का वेग अर्थात् प्रति सेकण्ड तय की दूरी

υ = 15 मी/से

∴ नली से निकलकर दीवार पर प्रति सेकण्ड लम्बवत् टकराने वाले जल को आयतन = $A \times \upsilon$

अतः दीवार पर प्रति सेकण्ड लम्बवत् टकराने वाले जल का द्रव्यमान

m= आयतन × जल का घनत्व = $A \times \upsilon \times p$

जल का घनत्व, p = 10^3 किग्रा/मी^{3}

m = 10^{-2} मी^{2} × 15 मी/से × 10^3 किग्रा/मी^{3} = 150 किग्रा

चूँकि दीवार पर टकराने पर जल-धारा वापस नहीं लौटती है अर्थात् उसका वेग शून्य हो जाता है,

अत: $\Delta t = 1$ सेकण्ड में जल-धारा के संवेग में परिवर्तन,

$\Delta p = m.\Delta v = m(v_2 - v_1) = m(0 - v) = -mv$

∴ जल-धारा के संवेग-परिवर्तन की दर $\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{-mv}{\Delta t}$

न्यूटन के गति विषयक द्वितीय नियम से, $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

∴ जल-धारा पर दिवार दवरा आरोपित बल, $F = \frac{-mv}{\Delta t}$

अत: न्यूटन के गति विषयक तृतीय नियम के अनुसार,

जल-धारा दवरा दिवार पर आरोपित बल, F = -F

अर्थात् $F = -\left(-\frac{mv}{\Delta t}\right) = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{150kg \times 15m/s}{1s} = 2250kg\text{-}m/s^2$

$= 2250$ न्यूटन $= 2.250 \times 10^3$ न्यूटन

प्रश्न 29 किसी मेज पर एक-एक रुपये के दस सिक्कों को एक के ऊपर एक करके रखा गया है। प्रत्येके सिक्के की संहति m है। निम्नलिखित प्रत्येक स्थिति में बल का परिमाण एवं दिशा लिखिए-

a. सातवें सिक्के (नीचे से गिनने पर) पर उसके ऊपर रखे सभी सिक्कों के कारण बल

b. सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के द्वारा आरोपित बल

c. छठे सिक्के की सातवें सिक्के पर प्रतिक्रिया।

उत्तर-

a. नीचे से सातवें सिक्के के ऊपर तीन सिक्के रखे हैं।

अतः सातवाँ सिक्का इन तीन सिक्कों के भार के बराबर बल का अनुभव करेगा।

∴ सातवें सिक्के पर ऊपर के सिक्कों के कारण बल = 3mg N

b. आठवें सिक्के के ऊपर दो सिक्के और रखे हैं, अत: सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के के कारण बल,

आठवें सिक्के तथा ऊपर के दो सिक्कों के भारों के योग के बराबर होगा।

∴ सातवें सिक्के पर आठवें सिक्के के कारण बल = mg + 2mg = 3mg N

c. सातवें सिक्के के ऊपर तीन सिक्के रखे हैं, अत: सातवाँ सिक्का अपने तथा ऊपर के तीन सिक्कों के भारों के योग के बराबर बल से छठवें सिक्के को दबाएगा।

अत: छठे सिक्के पर सातवें के कारण बल = mg + 3 mg = 4 mgN

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

∴ छठवें सिक्के की सातवें पर प्रतिक्रिया = 4mg N

प्रश्न 30 कोई वायुयान अपने पंखों को क्षैतिज से 15° के झुकाव पर रखते हुए 720kmh-1 की चाल से एक क्षैतिज लूप पूरा करता है। लूप की त्रिज्या क्या है?

उत्तर-

दिया है: वायु की चाल $\mathrm{v} = 720\mathrm{km\ h}^{-1} = 720 \times \frac{5}{15} = 200\mathrm{ms}^{-1}$,

क्षैतिज से झुकाव $\theta = 15^{\circ}$

माना लूप की त्रिज्या R है, तो

सूत्र $\tan\theta = \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{gR}}$ से,

$$\mathrm{R} = \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{g}\tan\theta} = \frac{200\times200}{10\times0.27} = 14814\mathrm{m} = 14.8\mathrm{m}$$

प्रश्न 31 कोई रेलगाड़ी बिना ढाल वाले 30m त्रिज्या के वृत्तीय मोड़ पर 54km h^{-1} की चाल से चलती है। रेलगाड़ी की संहति 106 kg है। इस कार्य को करने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल कौन प्रदान करता है, इंजन अथवा पटरियाँ? पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए मोड़ का ढाल-कोण कितना होना चाहिए?

उत्तर-

आवश्यक अभिकेन्द्र बल पटरियाँ प्रदान करती हैं।

यहाँ $\mathrm{v} = 54\mathrm{km\ h}^{-1} = 54 \times \frac{5}{18} = 15\mathrm{ms}^{-1}, \mathrm{g} = 10\mathrm{ms}^{-2}$

वृत्तीय मोड़ की त्रिज्या R = 30m, m = 106kg

पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचने के लिए ढाल-कोण ितं होना चाहिए की रेलगाड़ी को मोड़ पर करने हेतु घर्षण की आवश्यकता न पड़े।

इसके लिए $V^2 R\, g \tan\theta$

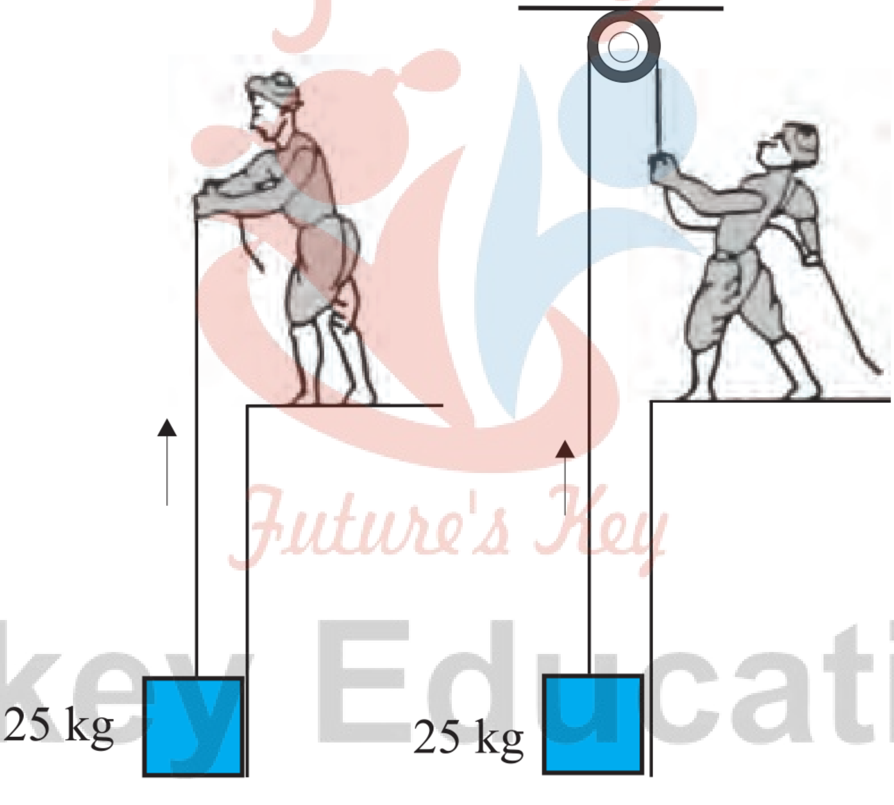
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\therefore \tan\theta = \frac{v^2}{R\,g} = \frac{15 \times 15}{30 \times 10} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 40^\circ$$

अतः पटरियों को क्षतिग्रस्त होने से बचने के लिए पटरियों का ढाल-कोण 40° रखना चाहिए।

प्रश्न 32 चित्र में दर्शाए अनुसार 50kg संहति का कोई व्यक्ति 25kg संहति के किसी गुटके को दो भिन्न ढंग से उठाता है। दोनों स्थितियों में उस व्यक्ति द्वारा फर्श पर आरोपित क्रिया-बल कितना है? यदि 700N अभिलम्ब बल से फर्श धंसने लगता है तो फर्श को धंसने से बचाने के लिए उस व्यक्ति को गुटके को उठाने के लिए कौन-सा ढंग अपनाना चाहिए?



(a) (b)

उत्तर- गुटके की संहति m = 25kg

व्यक्ति की संहति M = 50kg

गुटके को उठाने के लिए आवश्यक बल (F) = गुटके का भर

F = mg

= 25 × 10 = 250N

व्यक्ति का भर W = Mg = 50 × 10 = 500N

स्तिथि (a) में,

यदि व्यक्ति चित्र (a) में दर्शया गयी स्तिथि के अनुसार गुटके को ऊपर उठाता है तो व्यक्ति द्वारा बल बल ऊपर की ओर लगाया जाता है जिस कारन सहित का आभासी भार बढ़ जाता है। अतः व्यक्ति द्वारा फर्श पर आरोपित क्रिया बल

= F + W

= 250 + 500

= 750N

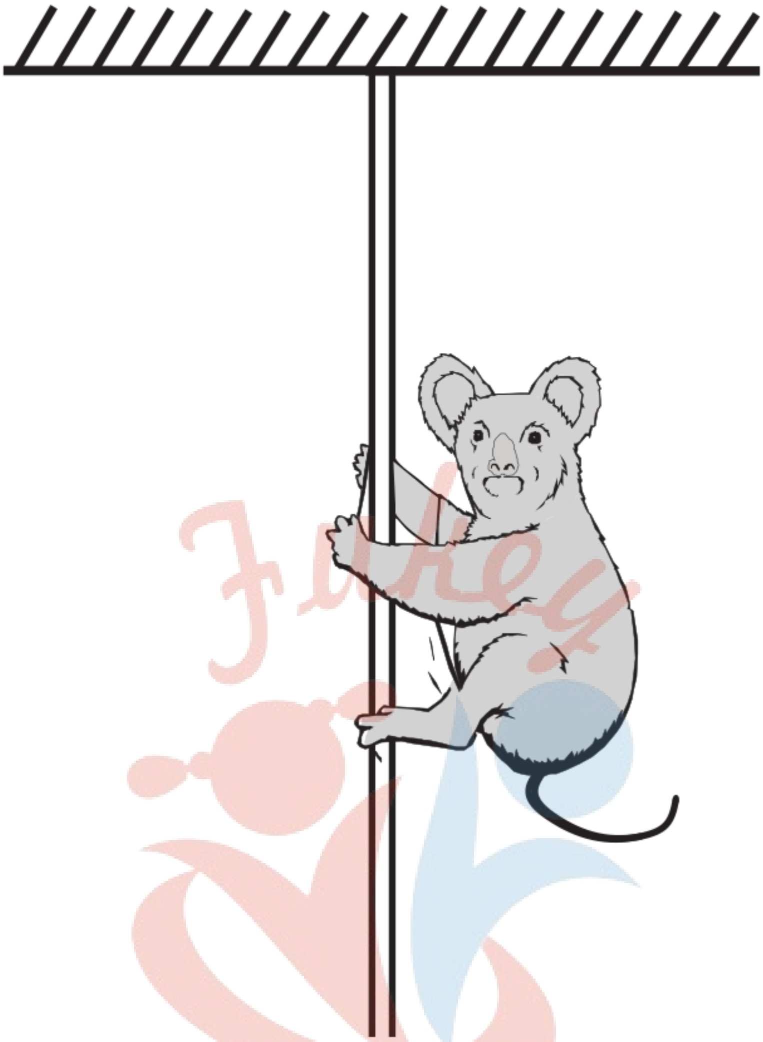
स्तिथि (b) में,

यदि व्यक्ति चित्र (b) में दर्शायी गई स्तिथि के अनुसार गुटके को ऊपर उठाया है, तो व्यक्ति द्वारा बल निचे की दिशा में लगया जाता है जिसके कारण व्यक्ति का आभासी भर घट जाता है। अतः व्यक्ति द्वारा फर्श पर लगाया गया क्रिया बल = mg - F = 500 - 250N

फर्श 700N के अभिलम्ब बल द्वारा धँसने लगता है। स्तिथि (a) में फर्श पर आरोपित क्रिया बल 700N से अधिक है तथा स्तिथि (b) में 700N से कम है। अतः व्यक्ति को गुटका उठाने के लिए तरीका (b) अपनाना चाहिए।

प्रश्न 33 40 kg संहति का कोई बन्दर 600 N का अधिकतम तनाव सह सकने योग्य किसी रस्सी पर चढता है (चित्र)। नीचे दी गई स्थितियों में से किसमें रस्सी टूट जाएगी-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



(रस्सी की संहति उपेक्षणीय मानिए)

a. बन्दर 6 ms^{-2} त्वरण से ऊपर चढ़ता है

b. बन्दर $4ms^{-2}$ त्वरण से नीचे उतरता है

c. बन्दर 5 ms^{-2} की एकसमान चाल से ऊपर चढ़ता है,

d. बन्दर लगभग मुक्त रूप से गुरुत्व बल के प्रभाव में रस्सी से गिरता है।

उत्तर-

a. माना बन्दर का द्रव्यमान m है, तब गुरुत्व के कारण उसका भार mg है। माना रस्सी में उत्पन्न तनाव T है।

जब बन्दर रस्सी के सहारे ऊपर की ओर त्वरित गति करे, तब

$T_1 - mg = ma_1$

अर्थात् डोरी में तनाव,

$T_1 = ma_1 + mg$

$= m(a_1 + g)$

= 40 किग्रा × (6 + 10) मी/से^{2}

= 640 न्यूटन

T_1 > 600 न्यूटन (अतः रस्सी टूट जायेगी)

b. जब बन्दर नीचे को त्वरित गति करे, तब

$mg - T_2 = ma_2$

या डोरी में तनाव, T2 = $m(g - a_2)$

= 40 × (10 – 4) न्यूटन = 240 न्यूटन

T_2 < 600 न्यूटन (अतः रस्सी नहीं टूटेगी।)

c. जब बन्दर रस्सी के सहारे ऊपर चढ़नी शुरू करे, तब $a_3 = 0$

∴ $T_3 - mg = ma_3 = 0$ या $T_3 = mg$

∴ डोरी में तनाव, T_3 = 40 × 10 न्यूटन = 400 न्यूटन

इस दशा में भी T_3 < 600 न्यूटन (अतः रस्सी नहीं टूटेगी।)

d. जब बन्दर मुक्त रूप से नीचे उतरता है तो बन्दर भार हीनता की अवस्था में होगा अर्थात् डोरी में तनाव शून्य होगा।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

चूँकि नीचे उतरने की दशा में,

T = m (g - d) तथा यहाँ a = g

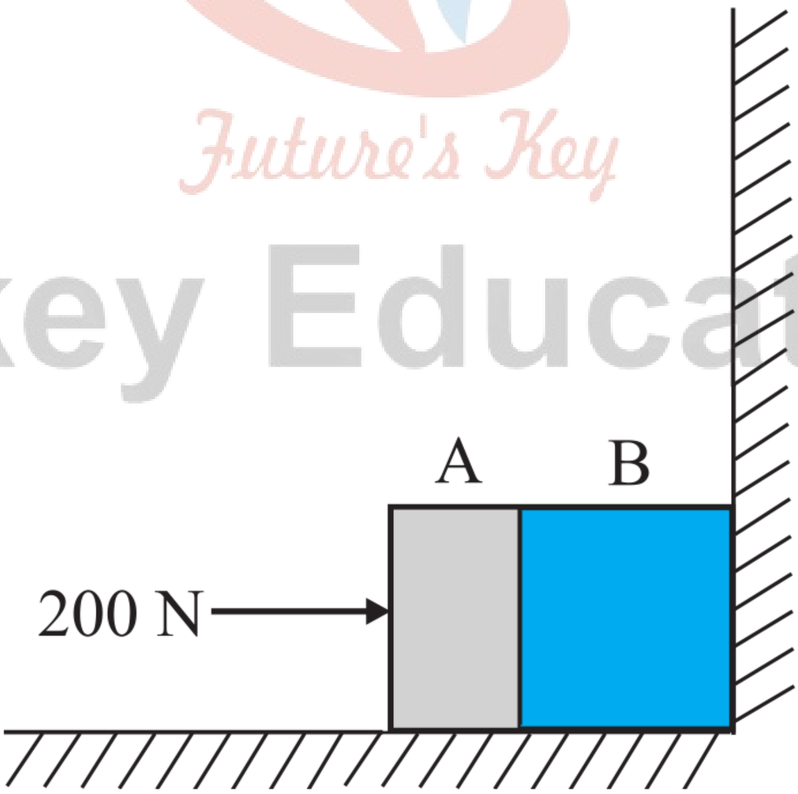
T = 0 (अत: रस्सी नहीं टूटेगी।)

केवल स्थिति (a) में रस्सी टूटेगी क्योंकि इसमें महत्तम तनाव 600 न्यूटन से अधिक है।

प्रश्न 34 दो पिण्ड A तथा B, जिनकी संहति क्रमश: 5kg तथा 10kg है, एक-दूसरे के सम्पर्क में एक मेज पर किसी दृढ विभाजक दीवार के सामने विराम में रखे हैं। पिण्डों तथा मेज के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। 200 N का कोई बल क्षैतिजत: A पर आरोपित किया जाता है।

(a) विभाजक दीवार की प्रतिक्रिया तथा (b) A तथा B के बीच क्रिया-प्रतिक्रिया बल क्या है? विभाजक दीवार को हटाने पर क्या होता है? यदि पिण्ड गतिशील है तो क्या (b) का उत्तर बदल जाएगा? μs तथा μk के बीच अन्तर की उपेक्षा कीजिए।

उत्तर-



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

पिण्ड A की संहति (m_1) = 5kg

पिण्ड B की संहति (m_2) = 10kg

मेज तथा पिण्डों के बीच घर्षण गुणांक μ = 0.15

पिण्ड A पर लगाया गया क्षैतिज बल (F) = 200N

a. विभाजक दीवार की प्रतिक्रिया बाईं ओर कार्यरत् सीमान्त घर्षण

$$f = \mu R$$
$$= \mu(m_1 + m)g$$
$$= 0.15(5 + 10) \times 9.8$$
$$= 22.05N$$

∴ विभाजक दीवार पर दाईं ओर कार्यरत् परिणामी बल

$F' = F - f$

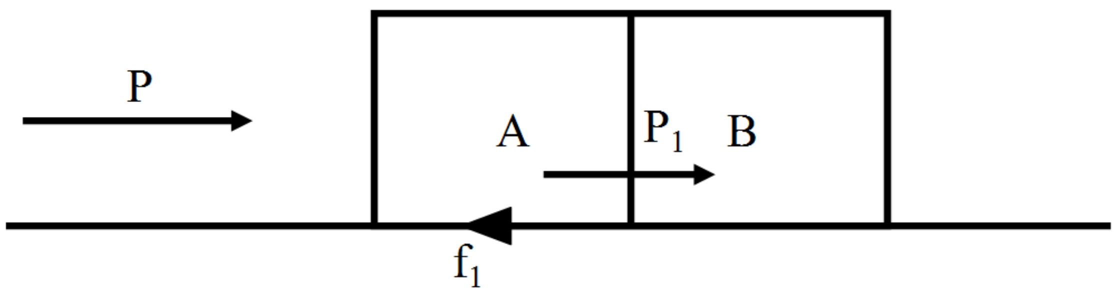
$= 200 - 22.05 = 177.95N$

न्यूटन के गति के तृतीय नियम के अनुसार, विभाजक दीवार पर कार्यरत् बल = विभाजक दीवार पर कार्यरत् कुल बल (बाईं ओर)

= 177.95N

b. A तथा B बीच क्रिया प्रतिक्रिया बल

माना पिण्ड A पर कार्यरत् सीमान्त घर्षण f_1 तथा पिण्ड A द्वारा पिण्ड B पर लगाया गया परिणामी बल F_1 है।



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\therefore f_1 = \mu R_1 = \mu m_1 g (\because R_1 = m_1 g)$$

$$= 0.15 \times 5 \times 9.8$$

$$= 7.35N$$ (बाईं ओर)

पिण्ड A द्वारा पिण्ड B पर लगाया गया परिणामी बल

$F_1 = F - f_1$

= 200 - 7.35 = 192.65N (दाईं ओर)

न्यूटन के गति के तृतीय नियमानुसार, पिण्ड B द्वारा पिण्ड पर लगायी गई प्रतिक्रिया

F_1 = 192.65N (बाईं ओर)

c. जब विभाजक दीवार हटा दी गई है जब विभाजक दीवार हटा दी जाती है तो दोनों पिण्डों का निकाय गति प्रारम्भ करता है तथा गतिक घर्षण कार्य करता है।

पिण्डों के निकाय पर दाईं ओर कार्यरत् परिणामी बल

F' = F - f

= 200 - 22.05

= 177.95N

बल F' द्वारा निकाय में उत्पन्न त्वरण

$$a = \frac{F'}{(m_1 + m_2)}$$

$$= \frac{177.95}{(5+10)} m/s^2$$

$$= 11.86 m/s^2$$

जब पिण्ड गति में हैं तब खण्ड (b) का उत्तर निम्न प्रकार से परिवर्तित हो जाता है। जब पिण्ड गति में है तब A द्वारा B पर आरोपित बल

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

FBA = F - (पिण्ड A में 11.86 m/s^2 का त्वरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक बल)

FBA = F - ($f_1 + m_1a$)

= 200 - (7.35 + 5 × 11.86)

= 200 - (7.35 + 59.30)

= 200 - 66.65

= 133.35 N

∴ पिण्ड A की पिण्ड B पर क्रिया = 133.35N (दाईं ओर)

न्यूटन के गति के तृतीय नियमानुसार पिण्ड B की पिण्ड A पर प्रतिक्रिया

= 133.35N (बाईं ओर)

प्रश्न 35 15kg संहति का कोई गुटका किसी लंबी ट्रॉली पर रखा है। गुटके तथा ट्रॉली के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.18 है। ट्रॉली विरामावस्था से 20s तक 0.5ms-2 के त्वरण से त्वरित होकर एकसमान वेग से गति करने लगती है- (a) धरती पर स्थिर खड़े किसी प्रेक्षक को तथा (b) ट्रॉली के साथ गतिमान किसी अन्य प्रेक्षक को, गुटके की गति कैसी प्रतीत होगी, इसकी विवेचना कीजिए।

उत्तर- गुटके का द्रव्यमान m = 15kg, μ = 0.18

T = 20s के लिए, ट्रॉली का त्वरण $a_1 = 0.5ms^{-2}$

तत्पश्चात् ट्रॉली का वेग अचर है।s

∵ प्रारम्भ में ट्रॉली त्वरित गति करती है, अत: यह एक अजड़त्वीय निर्देश तन्त्र है।

∴ गुटके पर एक छद्म बल $F_1 = ma_1$ = 15 × 0.5 = 7.5N पीछे की ओर कार्य करेगा।

जबकि ट्रॉली के फर्श द्वारा गुटके पर आरोपित अग्रगामी घर्षण बल

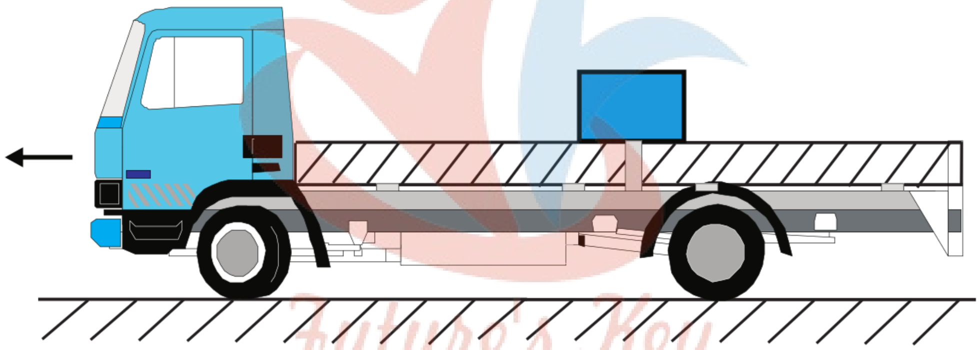
Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$F_2 = \mu N = \mu m g = 0.18 \times 15 \times 10 = 27N$

∵ गुटके पर पश्चगामी बेल घर्षण बल की तुलना में कम है; अतः गुटका पीछे की ओर नहीं फिसलेगा और ट्रॉली के साथ-साथ गति करेगा।

i. धरती पर खड़े स्थिर प्रेक्षक को गुटका ट्रॉली के साथ गति करता प्रतीत होगा।
ii. ट्रॉली के साथ गतिमाने प्रेक्षक को गुटका स्वयं के सापेक्ष विराम अवस्था में दिखाई देगा।

प्रश्न 36 चित्र में दर्शाए अनुसार किसी ट्रक का पिछला भाग खुला है तथा 40kg संहति का एक सन्दूक खुले सिरे से 5m दूरी पर रखा है। ट्रक के फर्श तथा संदूक के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। किसी सीधी सड़क पर ट्रक विरामावस्था से गति प्रारम्भ करके $2ms^{-2}$ से त्वरित होता है। आरम्भ बिन्दु से कितनी दूरी चलने पर वह सन्दूक ट्रक से नीचे गिर जाएगा? (सन्दूक के आमाप की उपेक्षा कीजिए।)



उत्तर- दिया है: संदूक का द्रव्यमान m = 40kg, खुले सिरे से दुरी s = 5s

घर्षण गुणांक $\mu = 0.15$, ट्रक के लिए $u = 0$, $a = 2ms^{-2}$

ट्रक द्वारा तय दुरी, जबकि संदूक गिर जाएगा = ?

∵ ट्रक त्वरित गति क्र रहा है, अतः यह एक अजड़त्वीय निर्देश तंत्र होगा।

∴ ट्रक के पीछे रखे संदूक पर पीछे की ओर एक छदम बल F = ma लगेगा।

जहाँ $F = 40kg \times 2ms^{-2} = 80N$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जबकि संदूक पर स्थैतिक घर्षण बल μsN (जो संदूक को ट्रक के साथ गति कराना छटा है) आगे की ओर लगेगा।

∴ संदूक पर नेट बल $F_1 = F - \mu sN$

$= 80N - 0.15 \times 40kg \times 10ms^{-2}$ (∵N = mg)

= 80N − 60N = 20N (पीछे की ओर)

∴ ट्रक के सापेक्ष संदूक का त्वरण $a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{20N}{40kg} = 0.5ms^{-2}$ (पीछे की ओर)

माना संदूक को 5m की दुरी तय करने में t समय लगता है तो गति के समीकरण $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ से,

$5 = 0 \times t + \frac{1}{2} \times 0.5 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 20$

$\therefore t = 4.47s$

इस दौरान ट्रक द्वारा तय दुरी

$s = ut + \frac{1}{2}at^2 = 0 \times 4.47s + \frac{1}{2} \times 2ms^{-2} \times (4.47s)^2 = 20m$

प्रश्न 37 15cm त्रिज्या का कोई बड़ा ग्रामोफोन रिकार्ड $33\frac{1}{2}$ rev/min की चाल से घूर्णन कर रहा है। रिकार्ड पर उसके केन्द्र से 4cm तथा 14cm की दूरियों पर दो सिक्के रखे गए हैं। यदि सिक्के तथा रिकार्ड के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है तो कौन-सा सिक्का रिकार्ड के साथ परिक्रमा करेगा?

उत्तर-

रिकॉर्ड की घूर्णन आवृति $v = \frac{33\frac{1}{2}rev}{min} = \frac{\frac{100}{3}}{60}rev/s = \frac{5}{9}rev\text{-}s^{-1}$

∴ कोणीय वेग $\omega = 2\pi v 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{220}{53} = 3.5rad/s$

सिक्कों के पक्षों की त्रिज्याएँ $r_1 = 0.04m, r_2 = 0.14m$

जबकि $\mu_s = 0.15$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

सिक्कों को रिकॉर्ड के साथ घूमने के लिए आवश्यक अभिकेंद्र बल क्रमशः $m_1r_1\omega^2$ तथा $m_2r_2\omega^2$ होंगे जो इन्हें स्थैतिक घर्षण बल से प्राप्त होंगे। इसके लिए आवश्यक है कि-

$$mr\omega^2 = f_s \le \mu_s N$$

या $mr\omega^2 \le \mu - smg \Rightarrow r\omega^2 \le \mu_s g \,..\, (i)$

या $r \le \frac{\mu_s g}{\omega^2}$

$$R.H.S. = \frac{\mu_s g}{\omega^2} = \frac{0.15 \times 10ms^{-2}}{(3.5rad/s)^2} = 0.12m = 12cm$$

स्पष्ट है कि प्रथम सिक्के के लिए

$$r_1 = 4cm < \frac{\mu_s g}{\omega^2} = 12cm$$

अतः प्रथम सिक्का रिकॉर्ड के साथ परिक्रमा करेगा।

जबकि दूसरे सिक्के के लिए $r_2 = 14cm > \frac{\mu_s g}{\omega^2} = 12cm$

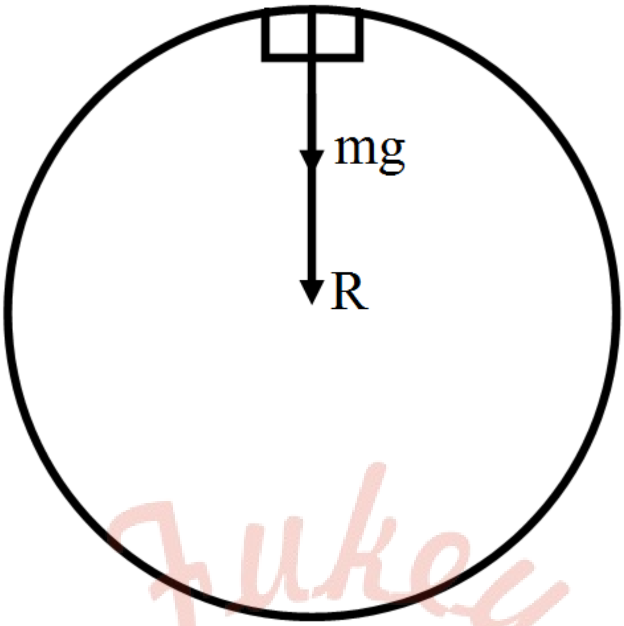
∴ दूसरा सिक्का फिसलकर बाहर गिर जाएगा।

प्रश्न 38 आपने सरकस में मौत के कुएँ (एक खोखला जालयुक्त गोलीय चैम्बर ताकि उसके भीतर के क्रियाकलापों को दर्शक देख सकें) में मोटरसाइकिल सवार को ऊर्ध्वाधर लूप में मोटरसाइकिल चलाते हुए देखा होगा। स्पष्ट कीजिए कि वह मोटरसाइकिल सवार नीचे से कोई सहारा न होने पर भी गोले के उच्चतम बिन्दु से नीचे क्यों नहीं गिरता? यदि चैम्बर की त्रिज्या 25m है तो ऊर्ध्वाधर लूप को पूरा करने के लिए मोटरसाइकिल की न्यूनतम चाल कितनी होनी चाहिए?

उत्तर- गोलीय चैम्बर के उच्चतम बिन्दु पर मोटरसाइकिल सवार चैम्बर को बाहर की ओर दबाता है और प्रतिक्रिया स्वरूप चैम्बर सवार पर गोले के केन्द्र की ओर दिष्ट प्रतिक्रिया R लगाता है। सवार वे मोटरसाइकिल का भार mg भी गोले के केन्द्र की ओर कार्य करते हैं। ये दोनों बल सवार को वृत्तीय गति करने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल प्रदान करते हैं, जिसके कारण सवार नीचे नहीं गिर पाता।

इस बिन्दु पर गति की समीकरण:

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



R + mg = mu^2/r

जहाँ u सवार की चाल तथा r गोले की त्रिज्या है।

ऊर्ध्वाधर लूप को पूरा पार करने के लिए उच्चतम बिन्दु पर न्यूनतम चाल (क्रान्तिक चाल)

$$v_c = \sqrt{g\,r} = \sqrt{10 m\, s^{-2} \times 25 m}$$

$$= 15.8 ms^{-1}$$

प्रश्न 39 70kg संहति का कोई व्यक्ति अपने ऊध्र्वाधर अक्ष पर 200rev/min की चाल से घूर्णन करती 3m त्रिज्या की किसी बेलनाकार दीवार के साथ उसके सम्पर्क में खड़ा है। दीवार तथा उसके कपड़ों के बीच घर्षण गुणांक 0.15 है। दीवार की वह न्यूनतम घूर्णन चाल ज्ञात कीजिए, जिससे फर्श को यकायक हटा लेने पर भी, वह व्यक्ति बिनागिरे दीवार से चिपका रह सके।

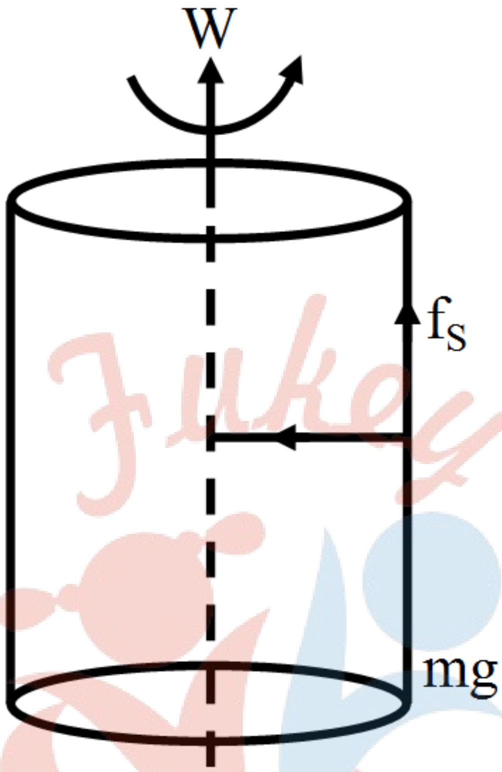
उत्तर-

दिया है: व्यक्ति का द्रव्यमान m = 70kg, आवृति $v = 200 rev/min = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} rev/s$

त्रिज्या $R = 3m, \mu = 0.15$

माना दिवार की न्यूनतम घूर्णन चाल ω है।

व्यक्ति घूर्णन करते समय, दिवार को बाहर की ओर दबाता है तथा दिवार की अभिलम्ब प्रतिक्रिया, जो केंद्र की ओर कार्य करती है, आवश्यक अभिकेंद्र बल प्रदान करती है।



$\therefore N = mR\,\omega^2 \ldots (i)$

फर्श को हटा लेने पर अपने भर के कारन व्यक्ति की प्रवृति निचे को फिसलने की होती है, अतः घर्षण बल μN ऊपर की ओर कार्य करता है।

व्यक्ति बिना गिरे दिवार से चिपका रहेगा यदि घर्षण बल, व्यक्ति के भर को संतुलित कर ले।

अर्थात् $\mu N = mg$

या $\mu mR\,\omega^2 = m\,g$

$\therefore \omega^2 = \frac{g}{\mu R} = \frac{10ms^{-2}}{0.15 \times 3} = 22.22$

$\therefore$ न्यूनतम घूर्णन चाल $\omega = \sqrt{22.22} = 4.72 rad/s \approx 5 rad\ s^{-1}$

प्रश्न 40 R त्रिज्याका पतला वृत्तीय तार अपने ऊर्ध्वाधरं व्यास के परित: कोणीय आवृत्ति से घूर्णन कर रहा है। यह दर्शाइए कि इस तार में डली कोई मणिका $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}}$ के लिए अपने निम्नतम बिन्दु पर रहती है। $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$ के लिए, केन्द्र से मनके को जोड़ने वाला त्रिज्य सदिश ऊर्ध्वाधर अधोमुखी दिशा से कितना कोण बनाता है? (घर्षण को उपेक्षणीय मानिए)

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर- माना कि मणिका का द्रव्यमान m है तथा किसी क्षण मणिका को वृत्तीय तार के केन्द्र से मिलाने वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से θ कोण पर झुकी है।

इस समय मणिका पर दो बल लगे हैं-

वृत्तीय तार की अभिलम्ब प्रतिक्रिया N केन्द्र O की ओर।

भूमिका का भार mg नीचे की ओर।

मणिका वृत्तीय तार के साथ PQ = r त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर घूम रही है, जिसका केन्द्र Q है।

जहाँ r = PQ = OP sin8 = R sinθ

प्रतिक्रिया N की ऊर्ध्वाधर तथा क्षैतिज घटकों में वियोजित करने पर, ऊध्वाधर घटक N cos θ भार को सन्तुलित करता है।

अर्थात् $\mathrm{N} \cos \theta=\mathrm{mg}$

क्षैतिज घटक $\mathrm{N} \sin \theta$, अभिकेन्द्र बल $\mathrm{mr}\, \omega^{2}$ प्रदान करता है।

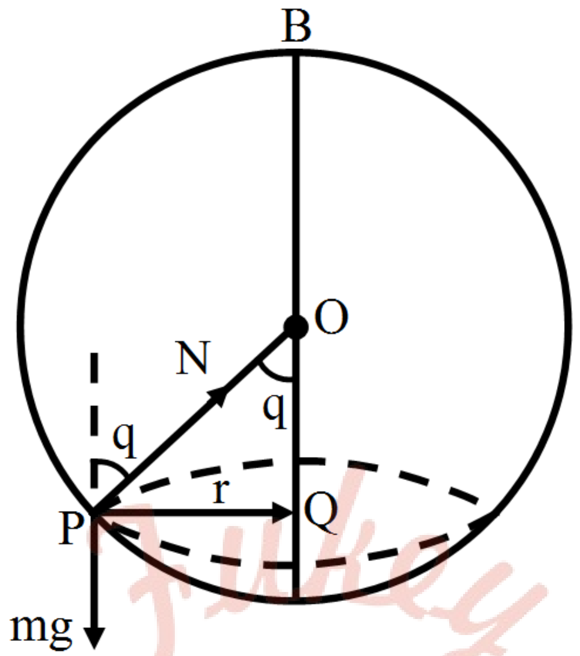
अर्थात् $\mathrm{N} \sin \theta\ \mathrm{mr}\, \omega^{2}$

$$\mathrm{N} \sin \theta=\mathrm{m}(\mathrm{R} \sin \theta) \omega^{2}$$

$$\mathrm{N}=\mathrm{mR}\, \omega^{2}$$

समी. (i) में मान रखने पर,

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



$$(\mathrm{mR}\,\omega^2)\cos\theta = \mathrm{mg}$$

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}\,\omega^2} \;\ldots(\mathrm{ii})$$

$\because |\cos\theta| \le 1;$ अतः यदि $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}\,\omega^2} \ge 1$

तब θ का कोई भी मान समी. (ii) को संतुष्ट नहीं कर पायेगा, ऐसी स्तिथि में मणिया निम्नतम बिंदु पर पड़ी रहेगी।

इसके लिए आवश्यक शर्त निम्नलिखित है-

$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}\,\omega^2} \ge 1$ या $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}} \ge \omega^2 \;\; \omega^2 \le \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}}$

$$\therefore \omega \le \sqrt{\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}}}$$

अतः यदि $\omega = \sqrt{\frac{2\mathrm{g}}{\mathrm{R}}}$ हो तो समी. (ii) से,

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}} \times \left(\frac{\mathrm{R}}{2\mathrm{g}}\right) = \frac{1}{2} \;\therefore \theta = 60^\circ$$

अर्थात् मणिका को केंद्र से जोड़ने के वाली त्रिज्या ऊर्ध्वाधर से 60° का कोण बनाएगी।

Fukey Education