भौतिकी

अध्याय-14: तरंगे

Fukey Education

तरंगे

तरंग संबंधी कुछ महत्वपूर्ण तथ्य-

- आवर्तकाल के व्युत्क्रम को आवृत्ति कहते हैं।

- अनुदैर्ध्य तरंग की चाल ठोसों में सबसे अधिक, द्रवों में ठोसों से कम तथा गैसों में सबसे कम होती है।

- नियत ताप पर ध्वनि की चाल पर दाब परिवर्तन का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

- तरंगों में व्यतिकरण तथा विवर्तन की घटनाएं होती है एवं अनुप्रस्थ तरंगों में ध्रुवण होता है।

- विस्पंद की घटना ध्वनि के व्यतिकरण का एक विशेष उदाहरण है।

- प्रकाश की वायु में चाल 3×10^8 मीटर/सेकंड तथा ध्वनि की वायु में चाल 330 मीटर/सेकंड होती है।

- प्रगामी तरंग द्वारा माध्यम में ऊर्जा का संचरण होता है।

तरंग गति

तरंग किसी माध्यम में उत्पन्न वह विक्षोभ है जिसमें माध्यम के कर अपने स्थान पर बने रहते हैं परंतु ऊर्जा एक स्थान से दूसरे स्थान पर स्थानांतरित हो जाती है।

उदाहरण

जब हम किसी तालाब में पत्थर फेंकते हैं तो पत्थर के फेंकने पर तालाब के जल में कंपन उत्पन्न हो जाते हैं। और तालाब का जल ऊपर-नीचे होने लगता है यह कंपन बाहर की ओर बढ़ने लगते हैं। और तालाब के किनारे तक पहुंच जाते हैं। यह कंपन तालाब के केवल ऊपरी सतह पर ही होती हैं।

अन्य उदाहरण - रेडियो तरंगे, ध्वनि तरंगे आदि हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

ध्वनि स्रोत के मूल भाग

1. स्वरक

जब किसी ध्वनि स्रोत से उत्पन्न ध्वनि में कई प्रकार की आवृत्तियों की ध्वनि शामिल होती है तो इस प्रकार की ध्वनि को स्वर कहते हैं। यदि किसी ध्वनि स्रोत से उत्पन्न ध्वनि में केवल एक आवृत्ति की ध्वनि उत्पन्न होती है। तो इसे स्वरक कहते हैं।

2. अधिस्वरक

जिस स्वर की आवृत्ति, मूल आवृत्ति से अधिक होती है उसे अधिस्वरक कहते हैं।

3. संनादी

जिस स्वर की आवृत्ति, मूल आवृत्ति की पूर्ण गुणज होती है उसे संनादी कहते हैं।

यांत्रिक तरंग

वह तरंगे जिन्हें एक स्थान से दूसरे स्थान पर स्थानांतरित होने के लिए भौतिक माध्यम की आवश्यकता होती है। एवं जिसमें प्रत्यास्थता तथा जड़त्व का गुण होना आवश्यक है। इस प्रकार की तरंगों को यांत्रिक तरंग (mechanical waves) कहते हैं।
यांत्रिक तरंगे ऊर्जा तथा संवेग का संचरण करती हैं परंतु माध्यम अपने ही स्थान पर स्थिर रहता है।

Fukey Education

यांत्रिक तरंगों के प्रकार

यांत्रिक तरंग माध्यम के कणों के कंपन के द्वारा उत्पन्न होती हैं। कणों के कंपन की दशा के अनुसार यांत्रिक तरंगे दो प्रकार की होती हैं।

(1) अनुप्रस्थ तरंग

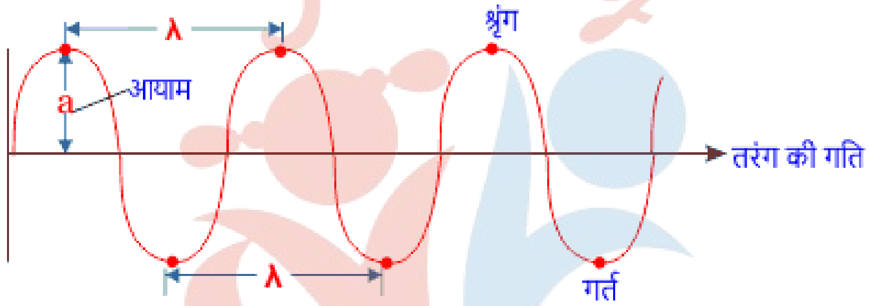
(2) अनुदैर्ध्य तरंग

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

1. अनुप्रस्थ तरंग

जब किसी माध्यम में यांत्रिक तरंगे संचरित होती हैं तो माध्यम के कण, तरंग के चलने की दिशा के लंबवत कंपन करते हैं। तब इस प्रकार की तरंगों को अनुप्रस्थ तरंग (transverse waves) कहते हैं।
यह तरंगे श्रृंग तथा गर्त के रूप में संचरित होती हैं।

अनुप्रस्थ तरंगे केवल ठोस एवं द्रव की सतह पर उत्पन्न की जा सकती हैं। अर्थात जिनमें दृढ़ता होती है उसमें अनुप्रस्थ तरंगे उत्पन्न की जा सकती हैं। द्रव के भीतर एवं गैस माध्यम में अनुप्रस्थ तरंगे उत्पन्न नहीं की जा सकती हैं।



अनुप्रस्थ तरंग

तरंग की गति में तरंग द्वारा जो अधिकतम मान प्राप्त किया जाता है उसे श्रृंग कहते हैं। एवं न्यूनतम मान अर्थात नीचे की ओर अधिकतम मान को गर्त कहते हैं।
एक श्रृंग से दूसरे समीपवर्ती श्रृंग अथवा एक गर्त से दूसरे समीपवर्ती गर्त की दूरी को तरंगदैर्ध्य λ कहते हैं। चित्र से दर्शाया गया है।

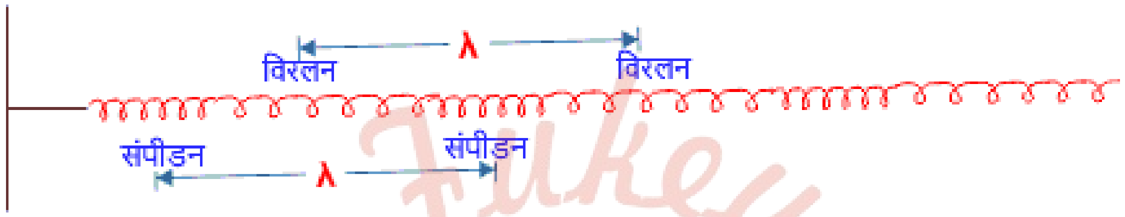
Fukey Education

अनुप्रस्थ तरंग के उदाहरण

1. किसी व्यक्ति के एक सिरे को दीवार से बांधकर दूसरे सिरे को हाथ से हिलाने पर रस्सी में उत्पन्न तरंगे अनुप्रस्थ तरंगे होती हैं।
2. शांत जल के तालाब में पत्थर फेंकने पर जल में लहर का उत्पन्न होना एक अनुप्रस्थ तरंग है।

2. अनुदैर्ध्य तरंग

जब किसी माध्यम में यांत्रिक तरंगे संचरित होती है तो माध्यम के कण तरंग के चलने की दिशा के समांतर कंपन करते हैं। तब इस प्रकार की तरंगों को अनुदैर्ध्य तरंग (longitudinal waves) कहते हैं।
यह तरंगे संपीड़न तथा विरलन के रूप में संचरित होती हैं।



अनुदैर्ध्य तरंग

अनुदैर्ध्य तरंगों को ठोस, द्रव तथा गैस तीनों माध्यम में उत्पन्न किया जा सकता है। अगर एक स्प्रिंग का उदाहरण लिया जाए तो, जहां स्प्रिंग के चक्कर समीप-समीप होते हैं। वे स्थान संपीड़न तथा जहां स्प्रिंग के चक्कर दूर-दूर होते हैं वे स्थान विरलन कहलाता है।

विरलन स्थान पर माध्यम का दाब व घनत्व कम होता है एवं संपीड़न वाले स्थान पर माध्यम का दाब व घनत्व अधिक होता है।

एक संपीडन से दूसरे पास के संपीडन अथवा एक विरलन से दूसरे पास के विरलन तक की दूरी को तरंगदैर्ध्य λ कहते हैं। चित्र में दर्शाया गया है।

अनुदैर्ध्य तरंग के उदाहरण

1. किसी स्प्रिंग के एक सिरे को किसी दृढ़ से बांधकर तथा दूसरे सिरे को हाथ से खींचने पर उत्पन्न तरंगे, अनुदैर्ध्य तरंगें हैं।
2. वायु में उत्पन्न ध्वनि तरंगे, अनुदैर्ध्य तरंगे होती हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अनुप्रस्थ और अनुदैर्ध्य तरंग में अंतर

1. अनुप्रस्थ तरंग में माध्यम के कण तरंग के चलने की दिशा के लंबवत कंपन करते हैं। जबकि अनुदैर्ध्य तरंग में माध्यम के कण तरंग के चलने की दिशा के समांतर कंपन करते हैं।
2. अनुप्रस्थ तरंग में तरंग के अधिकतम मान को श्रृंग कहते हैं। जबकि अनुदैर्ध्य तरंग में तरंग के अधिकतम मान को संपीडन कहते हैं।
3. अनुप्रस्थ तरंगे केवल ठोसों में पायी जाती हैं। जबकि अनुदैर्ध्य तरंगे ठोस, द्रव तथा गैस तीनों माध्यम में पायी जाती हैं।
4. रस्सी में उत्पन्न तरंग, तालाब में पत्थर मारने पर उत्पन्न तरंग, अनुप्रस्थ तरंगे हैं। जबकि स्प्रिंग में उत्पन्न तरंगे एवं वायु में उत्पन्न तरंगे अनुदैर्ध्य तरंगे हैं।

प्रगामी तरंग

जब किसी माध्यम में लगातार तरंगे उत्पन्न की जाती हैं तो माध्यम के कण भी लगातार कंपन करते रहते हैं। अतः इस दशा में, माध्यम में उत्पन्न हुए विक्षोभ को प्रगामी तरंग (progressive wave) कहते हैं।

प्रगामी तरंग के उदाहरण

तलाब के जल की ऊपरी सतह पर उत्पन्न तरंगे, दीवार से बंधी रस्सी में उत्पन्न तरंगे आदि।

प्रगामी तरंग का समीकरण

- यदि कोई तरंग x-अक्ष की धन दिशा में गतिमान है तो उस प्रगामी तरंग का समीकरण

$$y = asin2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

जहां y = विस्थापन

a = तरंग का आयाम

t = तरंग का समय अंतराल

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

T = आवर्तकाल

x = मूलबिंदु से दूरी

λ = तरंगदैर्ध्य

- यदि x-अक्ष की ऋण दिशा में प्रगामी तरंग संचरित है तो उसका समीकरण

$$y = asin2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda})$$

- कालांतर तथा पथांतर में संबंध का समीकरण

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t$$

जहां $\Delta\Phi$ = कालांतर (Φ_1 - Φ_2)

Δt = समयांतराल (t_1 - t_2)

T = आवर्तकाल है।

अप्रगामी तरंग

जब दो एकसमान अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्ध्य प्रगामी तरंगे एक ही चाल से परंतु विपरीत दिशाओं में गति करती हैं। तो इन तरंगों के अध्यारोपण के फलस्वरुप एक नयी तरंग माध्यम में स्थिर प्रतीत होती है अतः इस नयी स्थिर तरंग को अप्रगामी तरंग (stationary waves) कहते हैं।

अप्रगामी तरंगों में माध्यम के कण अपने स्थान पर स्थिर रहते हैं। इस प्रकार के कणों को निस्पंद कहते हैं। एवं इनके विपरीत कुछ कण ऐसे भी होते हैं जिनका विस्थापन अधिकतम होता है उन्हें प्रस्पंद कहते हैं।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अप्रगामी तरंग का समीकरण

- $y = 2a\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{\lambda})$
- $y = -2a\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi t}{T} - \frac{x}{\lambda})$

अप्रगामी तरंगों की विशेषताएं

1. यह तरंगे माध्यम में आगे नहीं बढ़ती हैं बल्कि एक ही स्थान पर छोटी व बड़ी होती रहती हैं। अर्थात् ऊपर-नीचे होती रहती हैं।
2. दो क्रमागत निस्पंद अथवा दो क्रमागत प्रस्पंद के बीच की दूरी \frac{λ}{2}2λ होती है।
3. निस्पंद को छोड़कर माध्यम के सभी कण कंपन करते हैं। लेकिन इन कंपनों का आयाम निस्पंदों पर शून्य तथा प्रस्पंदों पर अधिकतम होता है।
4. किसी क्षण जब निस्पंद के दोनों ओर के कणों का कलांतर 180° होता है तब निस्पंद के दोनों ओर के कण विपरीत कला में होते हैं।

प्रगामी एवं अप्रगामी तरंगों में अंतर

1. प्रगामी तरंगे माध्यम में एक निश्चित वेग से आगे बढ़ती हैं। जबकि अप्रगामी तरंगे किसी भी दिशा में आगे नहीं बढ़ती हैं बल्कि एक ही स्थान पर छोटी व बड़ी होती रहती हैं।
2. प्रगामी तरंगों में माध्यम के सभी का कंपन करते हैं। जबकि अप्रगामी तरंगों में निस्पंदों को छोड़कर सभी कण कंपन करते हैं।
3. प्रगामी तरंगों में सभी कंपित तरंगों का आयाम बराबर होता है। जबकि अप्रगामी तरंगों में कणों के कंपन का आयाम भिन्न भिन्न होता है।
4. प्रगामी तरंगों द्वारा माध्यम में ऊर्जा का संचरण होता है। जबकि अप्रगामी तरंगों द्वारा माध्यम में ऊर्जा का संचरण नहीं होता है।
5. प्रगामी तरंगों में किसी क्षण कण की कला लगातार बदलती रहती है। जबकि अप्रगामी तरंगों में किसी क्षण दो समीपवर्ती निस्पंदों के बीच सभी कणों की कला समान होती है।

तरंगों के अध्यारोपण का सिद्धांत

जब किसी माध्यम में दो या दो से अधिक तरंगे समान समय अंतराल में एक साथ बिना एक-दूसरे की गति को प्रभावित किये माध्यम में गमन करती हैं। तो माध्यम के किसी कण का किसी क्षण तरंग का परिणामी विस्थापन, दोनों तरंगों के अलग-अलग विस्थापनों के सदिश योग के बराबर होता है इसे ही तरंगों के अध्यारोपण का सिद्धांत (principle of superposition of waves) कहते हैं।

यह सिद्धांत सभी प्रकार की तरंगों के लिए सत्य है लेकिन शर्त यही है कि तरंग का आयाम बहुत बड़ा न हो। अगर तरंग का आयाम बड़ा होता है तब यह सिद्धांत उन तरंगों पर लागू नहीं होता है। जैसे - लेसर तरंग।

अध्यारोपण के सिद्धांत का अर्थ यह है कि यदि किसी माध्यम में एक साथ एक समय में बहुत सी तरंगे गति करती हैं तो वह तरंगे एक दूसरे को प्रभावित किए बिना ही चलती जाती हैं।

तरंगों के अध्यारोपण से तीन प्रकार के प्रभाव प्राप्त होते हैं
(1) व्यतिकरण
(2) विस्पंद
(3) अप्रगामी तरंगे

Future's Key
Fukey Education

बद्ध माध्यम

यह एक ऐसा माध्यम होता है जिसकी परिसीमा होती है। एवं जो निश्चित पृष्ठ द्वारा अन्य माध्यमों से भिन्न होता है तो इस प्रकार के माध्यमों को बद्ध माध्यम (bounded medium) कहते हैं।
इस प्रकार के माध्यम केवल कुछ आवृत्तियों से ही दोलन करते हैं।
बद्ध माध्यम की सीमाएं दो प्रकार की होती हैं।
(1) कठोर परिसीमा
(2) कोमल परिसीमा

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जब कोई तरंग किसी माध्यम में गमन करती है। तो अगर उस तरह की कोई सीमा नहीं होगी, तो वह तरंग सीधी उसी माध्यम में चलती चली जाएगी। अर्थात् कोई सीमा नहीं है तो वह तरंग नहीं रुक पाएगी।

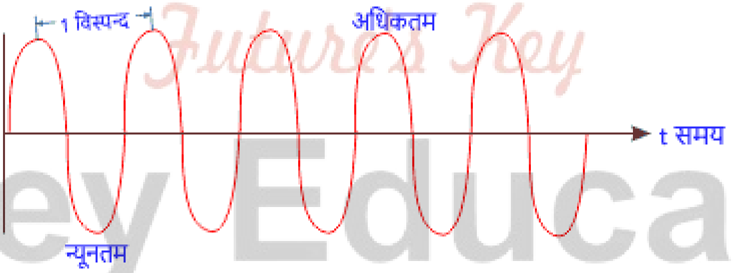
अगर तरंग की कोई (कठोर या कोमल) सीमा है तो तरंग इस सीमा को पार नहीं करेगी। बल्कि सीमा के अंतर्गत ही रुक जाएगी।

विस्पन्द

जब लगभग समान आवृत्ति की दो ध्वनि तरंगे एक साथ उत्पन्न की जाती है तथा एक साथ एक ही दिशा में गति करती है। तो इन तरंगों के अध्यारोपण से एक नयी तरंग का निर्माण होता है। इस नवीन तरंग की आवृत्ति समय के साथ परिवर्तित होती रहती है। अतः तरंग में होने वाले इस परिवर्तन को ही विस्पन्द (beats) कहते हैं।

विस्पन्द की घटना तरंगों के अध्यारोपण के सिद्धांत पर आधारित है।

एक न्यूनतम तथा एक अधिकतम ध्वनि की तीव्रता वाली तरंगों से विस्पन्द का निर्माण होता है। विस्पन्द उत्पन्न करने वाली ध्वनि स्रोतों की आवृत्ति हमें बहुत कम अंतर होना चाहिए। अगर ध्वनि स्रोतों की आवृत्तियों में ज्यादा अंतर पाया जाता है तो वह तरंगे विस्पंद उत्पन्न नहीं करती हैं।



विस्पंद के उदाहरण

यदि हम दो समान आवृत्ति वाले स्वरित्र द्विभुज को एक साथ एक समय पर रबड़ पर मारकर बजाते हैं। तो स्वरित्रों की आवृत्ति में कोई परिवर्तन प्रतीत नहीं होगा। यदि हम एक स्वरित्र की भुजा पर कुछ पदार्थ लगाकर उसकी आवृत्ति कम कर दे। तो दोनों की आवृत्तियों में परिवर्तन प्रतीत होगा। यही परिवर्तन विस्पंद कहलाता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

विस्पंद आवृत्ति का सूत्र

एक सेकंड में उत्पन्न होने वाले विस्पंदों की संख्या को विस्पंद आवृत्ति कहते हैं।

$$\text{विस्पंदआवृत्ति} = n_1 - n_2$$

जहां n_1 व n_2 दोनों ध्वनि तरंगों की आवृत्तियो में अंतर हैं।

अर्थात् एक सेकंड में $(n_1 - n_2)$ विस्पंद सुनाई देंगे। अतः 1 सेकंड में सुनाई देने वाले विस्पंदों की संख्या को विस्पंद आवृत्ति कहते हैं।

विस्पंदों के व्यवहारिक उपयोग

1. विस्पंद की सहायता से वस्तुओं की आवृत्तियां ज्ञात की जा सकती हैं। जैसे किसी स्वरित्र की आवृत्ति हमें ज्ञात करनी है तथा दूसरे स्वरित्र की आवृत्ति लगभग पहले स्वरित्र के समान ही है। तो विस्पंद की सहायता से दूसरे स्वरित्र की आवृत्ति ज्ञात कर सकते हैं।
2. विस्पंद का उपयोग कोयले की खानों में विषैली गैस का पता लगाने में होता है। इसके लिए अनेक प्रकार के प्रक्रम प्रयोग किए जाते हैं। जब खानों में विषैली गैस पाई जाती हैं तब उस प्रक्रम में वायु का घनत्व कम हो जाता है। तथा ध्वनि का वेग बढ़ जाता है वेग के बढ़ने पर ध्वनि की आवृत्ति परिवर्तित हो जाती है। अर्थात् विस्पंद सुनाई देने लगते हैं। इस प्रकार कोयले की खानों में विषैली गैस से का पता लगाया जाता है।

बंद और खुला ऑर्गन पाइप

अनेकों ऐसे संगीत उत्पन्न करने वाले वाद्य यंत्र हैं जिनमें वायु कंपनों से ध्वनि उत्पन्न होती है। जैसे - बांसुरी, सीटी, शहनाई आदि।

इन सभी वाद्य यंत्रों में हम फूंक मारते हैं तो ध्वनि उत्पन्न होती है। इसका कारण यह है कि जब इन वाद्य यंत्रों में हम वायु देते हैं तो इसके अंदर स्थित वायु आपस में अध्यारोपित हो जाती है जिसके फलस्वरूप तरंगे उत्पन्न हो जाती हैं। और ध्वनि सुनाई देने लगती है इस प्रकार के यंत्र को ऑर्गन पाइप कहते हैं।

ऑर्गन पाइप दो प्रकार के होते हैं।

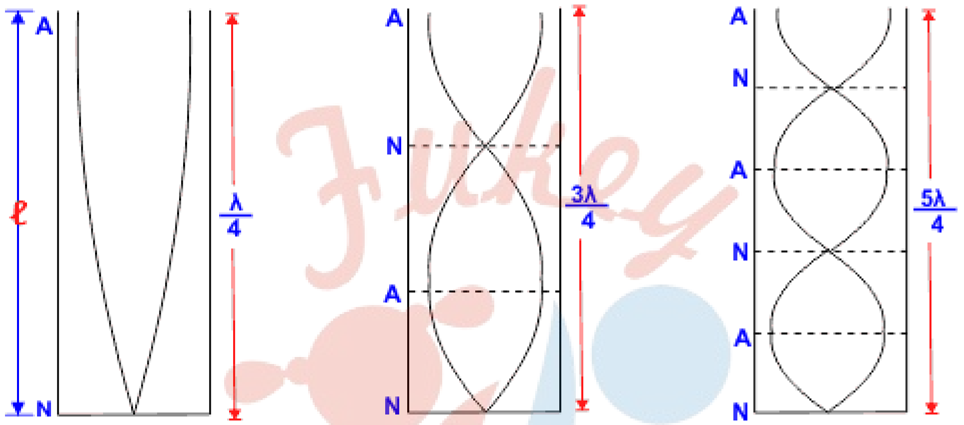
(1) खुला ऑर्गन पाइप

(2) बंद ऑर्गन पाइप

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

1. खुला ऑर्गन पाइप

दोनों सिरों से खुले बेलनाकार पाइप को खुला ऑर्गन पाइप (open organ pipe) कहते हैं। यह l लंबाई का एक दोनों तरफ से खुला पाइप होता है। जब इस पाइप की एक सिरे पर फूंक मारते हैं तो पाइप के भीतर की वायु में अनुदैर्ध्य तरंगे उत्पन्न हो जाती हैं। जो पाइप के एक सिरे से दूसरे सिरे की ओर चलती है। चित्र द्वारा स्पष्ट है।



खुला ऑर्गन पाइप

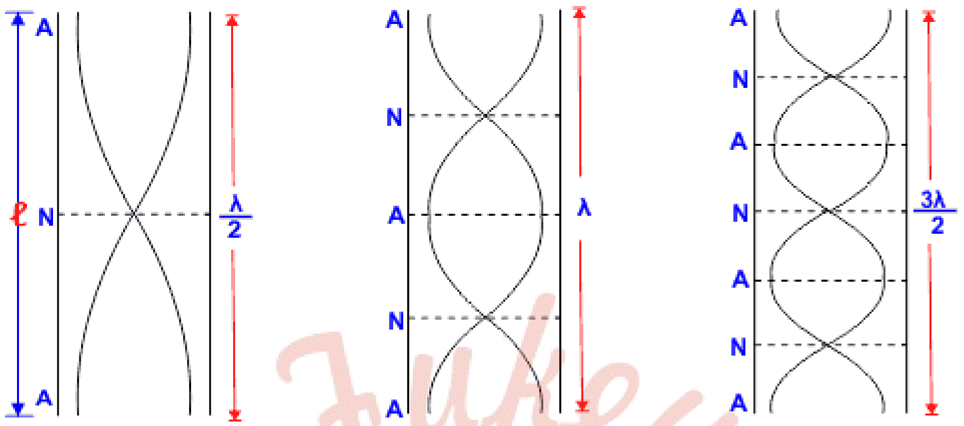
चूंकि पाइप का दूसरा सिरा एक मुक्त परिसीमा की तरह कार्य करता है जिससे यह वायु परावर्तित होकर पहले सिरे की ओर ही आ जाती है। इसी प्रकार पाइप का पहला सिरे भी एक मुक्त परिसीमा की भांति कार्य करता है। जिस कारण यह वायु पुनः परिवर्तित होकर दूसरे सिरे की ओर लौट आती है।
अतः इस प्रकार ऑर्गन पाइप के अंदर वायु स्तंभ में दो अनुदैर्ध्य तरंगे विपरीत दिशाओं में गति करने लगती हैं। जिनके अध्यारोपण से अप्रगामी अनुदैर्ध्य तरंगे उत्पन्न हो जाती है। चूंकि ऑर्गन पाइप के दोनों से खुले हैं इसलिए इसके दोनों सिरों पर सदैव प्रस्पंद होते हैं। खुले ऑर्गन पाइप से सम तथा विषम दोनों प्रकार की संनादी उत्पन्न हो सकती हैं।

2. बंद ऑर्गन पाइप

यह एक तरफ से खुला तथा दूसरी तरफ से बंद ऑर्गन पाइप होता है। जिसे बंद ऑर्गन पाइप (closed organ pipe) कहते हैं।
यह l लंबाई का एक सिरे से बंद तथा दूसरे सिरे से खुला ऑर्गन पाइप होता है। जब इस ऑर्गन पाइप के खुले सिरे पर फूंक मारते हैं तो पाइप के अंदर की वायु में अनुदैर्ध्य

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

तरंगे उत्पन्न हो जाती हैं। जो पाइप के बंद सिरे की ओर चलने लगती हैं। चित्र द्वारा स्पष्ट किया गया है।



बंद ऑर्गन पाइप

चूंकि ऑर्गन पाइप का बंद सिर्फ एक दृढ़ परिसीमा की तरह कार्य करता है जिससे यह तरंग परावर्तित होकर खुले सिरे की ओर लौट आती हैं। इस प्रकार पाइप का बंद सिरा भी एक मुक्त परिसीमा की भांति कार्य करता है जिस कारण यह वायु पुनः बंद सिरे की ओर चली जाती है। अतः इस प्रकार बंद ऑर्गन पाइप के अंदर वायु स्तंभ में दो अनुदैर्ध्य तरंगे विपरीत दिशाओं में गमन करने लगती हैं। जिनके अध्यारोपण से अप्रगामी अनुदैर्ध्य तरंगे उत्पन्न हो जाती हैं चूंकि पाइप का एक सिरा खुला तथा एक सिरा बंद है। अतः खुले सिरे पर प्रस्पंद तथा बंद सिर पर विस्पंद होते हैं।

अतः बंद ऑर्गन पाइप से केबल विषम संनादी ही उत्पन्न होती हैं।

क्योंकि खुले ऑर्गन पाइप में सम तथा विषम दोनों संनादी उत्पन्न होती हैं। इसलिए खुले ऑर्गन पाइप से उत्पन्न ध्वनि, बंद ऑर्गन पाइप की अपेक्षा अधिक मधुर होती है।

डॉप्लर प्रभाव

जब प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षक के बीच आपेक्षिक गति होती है तो प्रेक्षक (श्रोता) को प्रकाश की आवृत्ति में कुछ बदलाव महसूस होता है। अर्थात्

”जब प्रकाश स्रोत एवं प्रेक्षक के बीच आपेक्षिक गति के कारण प्रकाश स्रोत की आवृत्ति में होने वाले आभासी परिवर्तन की घटना को प्रकाश में डॉप्लर प्रभाव (Doppler effect in light) कहते हैं।“

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

डॉप्लर प्रभाव के उदाहरण

1. बिजली के खंभों पर लगे बल्ब की तरफ जाने पर ऐसा लगता है कि प्रकाश तेज हो रहा है। अर्थात् उसकी आवृत्ति बढ़ रही है। परंतु जब हम इस बल्ब से दूर जाते हैं तो हमें प्रकाश धीमा प्रतीत होता है। अर्थात प्रकाश की आवृत्ति कम हो जाती है इसे ही प्रकाश में डॉप्लर प्रभाव कहते हैं।
2. यदि आप रेलवे प्लेटफार्म पर खड़े हैं तो दूर से हाॅर्न देती आ रही ट्रेन जब आपके पास आती है तो आपको हाॅर्न की आवाज तेज सुनाई देती है। अर्थात ध्वनि ऊंची आवृत्ति की प्रतीत होती है। परंतु जैसे ही ट्रेन आपसे दूर चली जाती है तो आपको उसके हाॅर्न की आवाज़ धीमी सुनाई देती है। अर्थात ध्वनि नीची आवृत्ति की प्रतीत होती है। तो इसे ध्वनि में डॉप्लर प्रभाव कहती हैं।

डॉप्लर विस्थापन

प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षक के बीच दूरी परिवर्तन के कारण, प्रकाश स्रोत से उत्सर्जित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य तथा प्रेक्षक की आभासी तरंगदैर्ध्य के अंतर को डॉप्लर विस्थापन कहते हैं।

अर्थात $\text{डॉप्लरविस्थापन} = (\frac{v}{C})\lambda$

जहां v = प्रकाश स्रोत या प्रेक्षक का वेग

C = प्रकाश की चाल

λ = वास्तविक तरंगदैर्ध्य

Fukey Education

डॉप्लर प्रभाव का सूत्र

1. जब प्रेक्षक तथा प्रकाश स्रोत के बीच की दूरी घट रही हो, अर्थात् प्रेक्षक व प्रकाश स्रोत एक दूसरे की तरफ आ रहे हों। तो

   स्रोत की आभासी आवृत्ति

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1 + v/C}{1 - v/C}}$$

   जहां ν = प्रकाश की वास्तविक आवृत्ति

   v = प्रकाश स्रोत या प्रेक्षक की गति

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

C = प्रकाश की चाल

2. जब प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षक के बीच की दूरी बढ़ रही हो, अर्थात् प्रेक्षक व प्रकाश स्रोत एक दूसरे की से दूर जा रहे हों। तो
स्रोत की आभासी आवृत्ति

$$\nu' = \nu\sqrt{\frac{1 - v/C}{1 + v/C}}$$

डॉप्लर प्रभाव के उपयोग

- डॉप्लर प्रभाव द्वारा तारो तथा आकाशीय पिंडों की गति का अनुमान लगाया जा सकता है।
- ट्रैफिक पुलिस वाहनों की गति का पता लगाने के लिए एक मशीन का प्रयोग करती है जो डॉप्लर प्रभाव पर आधारित होती है।
- बहुत ऊंचाई पर उड़ रहे हवाई जहाज की गति का पता लगाने में डॉप्लर प्रभाव का प्रयोग होता है।
- चिकित्सा संबंधित क्षेत्रों में भी डॉप्लर प्रभाव का प्रयोग होता है।

Fukey Education

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 406-408)

प्रश्न 1 2.50kg द्रव्यमान की 20cm लम्बी तानित डोरी पर 200N बल का तनाव है। यदि इस डोरी के एक सिरे को अनुप्रस्थ झटका दिया जाए, तो उत्पन्न विक्षोभ कितने समय में दूसरे सिरे तक पहुँचेगा?

उत्तर-

डोरी का द्रव्यमान m = 250kg, लम्बाई l = 20cm = 0.2m

तथा डोरी का तनाव T = 200N

∴ डोरी का रेखीय घनत्व $\mu = \frac{m}{l} = \frac{2.50\text{kg}}{0.2\text{m}} = 12.5\text{kg m}^{-1}$

∴ डोरी में अनुप्रस्थ तरंग की चाल

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{200\text{N}}{12.5\text{kg m}^{-1}}} = 4\text{ms}^{-1}$$

∴ विक्षोभ को सिरे तक पहुँचने में या l = 0.2m दूरी तय करने में लगा समय

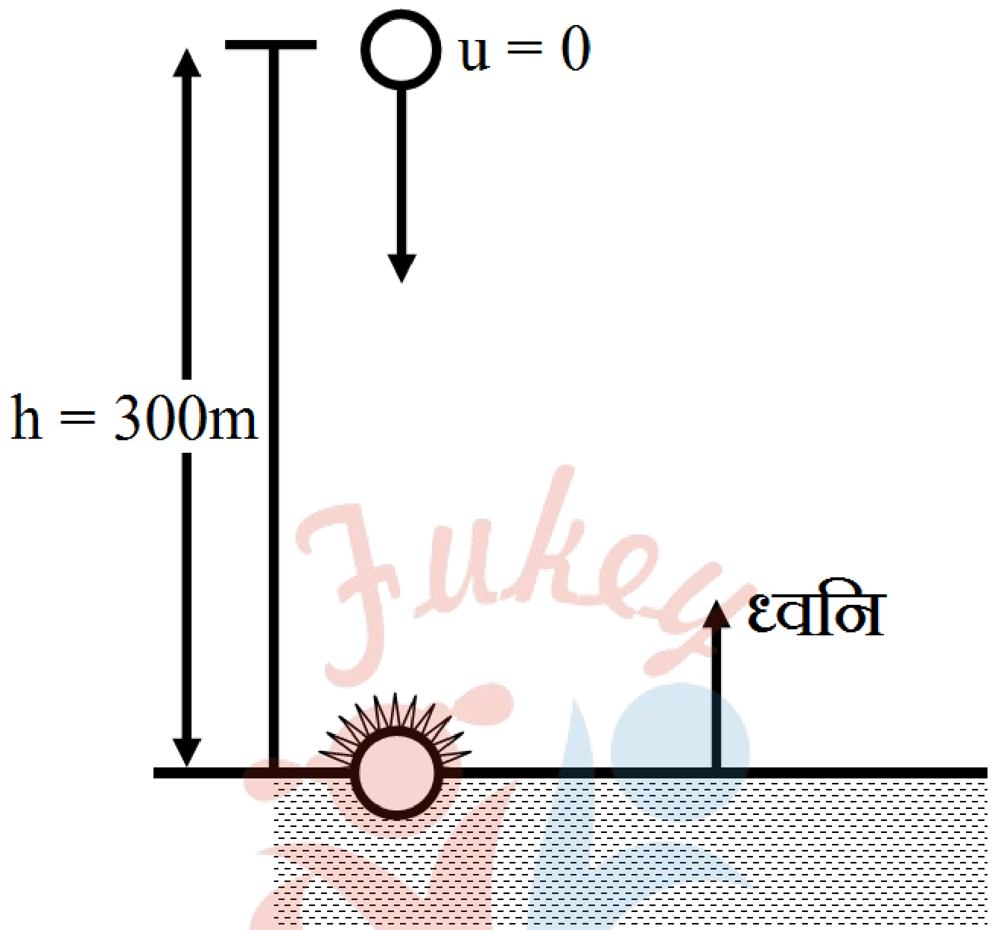
$$t = \frac{l}{v} = \frac{0.2\text{m}}{4\text{ms}^{-1}} = 0.05\text{s}$$

Fukey Education

प्रश्न 2 300m ऊँची मीनार के शीर्ष से गिराया गया पत्थर मीनार के आधार पर बने तालाब के पानी से टकराता है। यदि वायु में ध्वनि की चाल 340ms-1 है तो पत्थर के टकराने की ध्वनि मीनार के शीर्ष पर पत्थर गिराने के कितनी देर बाद सुनाई देगी?($g = 9.\ 8\text{ms}^{-2}$)

उत्तर- माना पत्थर को तालाब तक पहुँचने में t_1 तथा ध्वनि को तालाब से मीनार के शीर्ष तक पहुँचने में t_2 समय लगता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



पत्थर की मीनार के शीर्ष से तालाब तक गति।

u = 0, h = 300m, g = 9.8ms-2, समय = t_1

$$\therefore h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \text{sec.}$$

$$300\text{m} = 0 \times t_1 + \frac{1}{2} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times t_1^2$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2 \times 300}{9.8}}\text{s} = 7.8\text{s}$$

ध्वनि की तालाब के तल से मीनार के शीर्ष तक गति

तय दुरी h = 300m, ध्वनि की चाल v = 340ms^{-1}

∴ ध्वनि को शीर्ष तक पहुँचने में लगा समय

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$t_2 = \frac{h}{v} = \frac{300m}{340ms^{-1}} = 0.9s$$

∴ पत्थर को गिराने से लेकर ध्वनि के मीनार के शीर्ष तक पहुँचने में लगा समय

$t = t_1 + t_2 = 7.8 + 0.9 = 8.7s$

प्रश्न 3 12.0m लम्बे स्टील के तार का द्रव्यमान 2.10kg है। तीर में तनाव कितना होना चाहिए ताकि उस तार पर किसी अनुप्रस्थ तरंग की चाल 20°C पर शुष्क वायु में ध्वनि की चाल ($343 m/s^{-1}$) के बराबर हो।

उत्तर- यहाँ L = 120 मीटर लम्बे तार का द्रव्यमान M = 2.10 किग्रा तथा तार में अनुप्रस्थ तरंग की चाल v = 343 मी/से$^{-1}$

∴ तार की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $m = \frac{M}{L} = \frac{2.10kg}{12.0m} = 0.175kg/m$

∵ तार में अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{T}{m}$$

अतः तनाव $T = v^2 \times m = (343m/sec.)^2 \times 0.175kg/m$

$$= 2.0588 \times 10^4 N$$

$$= 2.06 \times 10^4 N$$

प्रश्न 4 सूत्र $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$ का उपयोग करके स्पष्ट कीजिए कि वायु में ध्वनि की चाल क्यों:

a. दाब पर निर्भर नहीं करती।
b. ताप के साथ बढ़ जाती है।
c. आर्द्रता के साथ बढ़ जाती है?

उत्तर-

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. वायु में ध्वनि की चाल पर दाब का प्रभाव-वायु में ध्वनि की चाल के सूत्र $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$ से प्रतीत होता है कि दाब P के बदलने पर ध्वनि की चाल v का मान भी बदल जाएगा परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं होता।

माना’ परमताप T पर किसी गैस के 1 ग्राम-अणु द्रव्यमान का आयतन V तथा दाब P है।

यदि गैस का अणुभार M तथा घनत्व d हो तो,

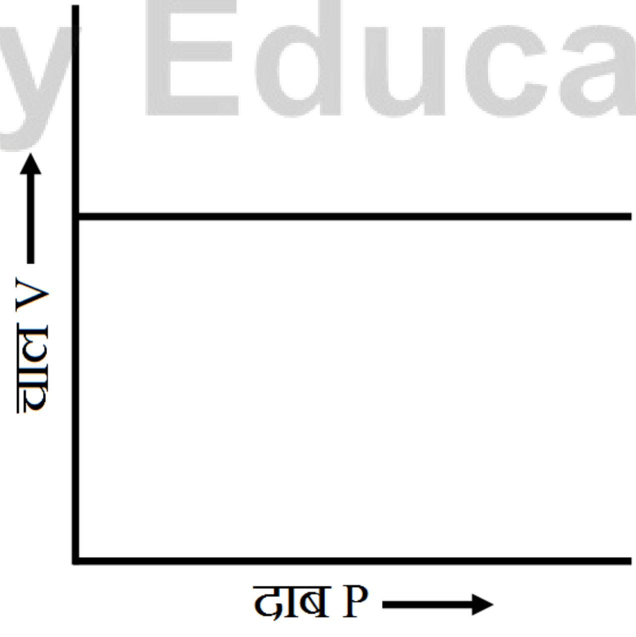
$$\text{गैस का आयतन } V = \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{घनत्व}} = \frac{M}{d}$$

अतः गैस समीकरण PV = RT से, $\frac{PM}{d} = RT$

अथवा $\frac{P}{d} = \frac{RT}{M} =$ नियतांक [T के नियत होने पर]

अर्थात् ताप T के नियत रहने पर यदि दाब P का मान बदलेगा, तो उसके साथ घनत्व d का मान भी बदल जाएगा परन्तु $\frac{P}{d}$ का मान नियत रहेगा, जिससे ध्वनि की चाल v का मान नहीं बदलेगा; अत: यदि वायु अथवा गैस का ताप नियत रहे तो ध्वनि की चाल पर दाब-परिवर्तन का कोई प्रभाव नहीं पड़ता। वायु में । ध्वनि की चाल एवं दाब के बीच ग्राफ चित्र में दिखाया गया है।

Fukey Education



Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

b. वायु में ध्वनि की चाल पर ताप का प्रभाव- किसी गैस के लिए $\frac{P}{d}$ का मान गैस के ताप पर निर्भर करता है। यदि किसी गैस को गर्म किया जाए तो अग्रलिखित दो स्थितियाँ सम्भव हैं-

ताप बढ़ने पर यदि गैस फैलने के लिए स्वतन्त्र है तो उसका घनत्व (d) कम हो जाएगा, जिससे $\frac{P}{d}$ का मान बढ़ जाएगा।

यदि गैस किसी बर्तन में बन्द है तो उसका घनत्व (d) तो वही रहेगा परन्तु दाब (P) बढ़ जाएगा, जिससे Pd का मान बढ़ जाएगा।

अतः गैस का ताप बढ़ने पर उसमें ध्वनि की चाल बढ़ जाती है।

यदि किसी गैस के एक ग्राम-अणु का भार M, घनत्व d तथा आयतन V है, तब $V = \frac{M}{d}$

यदि गैस का दाब P व परमताप T हो तो गैस समीकरण PV = RT से,

$$\frac{PM}{d} = RT \text{ अथवा } \frac{P}{d} = \frac{RT}{M}$$

अतः गैस में ध्वनि की चाल $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

अतः किसी गैस में ध्वनि की चाल उसके परमताप के वर्गमूल के अनुक्रमानुपाती होती है।

अर्थात् $v \propto \sqrt{T}$

c. वायु में ध्वनि की चाल पर आर्द्रता का प्रभाव-आर्द्र वायु (जलवाष्प मिली हुई) का घनत्व d, शुष्क वायु के घनत्व की तुलना में कम होता है। इस कारण आर्द्र वायु में ध्वनि की चाल शुष्क वायु की तुलना में बढ़ जाती है।

प्रश्न 5 आपने यह सीखा है कि एक विमा में कोई प्रगामी तरंग फलन y = f (x, t) द्वारा निरूपित की जाती है, जिसमें x तथा t को x - vt अथवा x + vt है अर्थात् y = f(x±vt) संयोजन में प्रकट होना चाहिए। क्या इसका प्रतिलोम भी सत्य है? नीचे दिए गए y के प्रत्येक फलन का परीक्षण करके यह बताइए कि क्या वह किसी प्रगामी तरंग को निरूपित कर सकता है:

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. $(x - vt)^2$

b. $\log\left[\frac{(x+vt)}{x_0}\right]$

c. $\frac{1}{(x+vt)}$

उत्तर- इसका प्रतिलोम सत्य नहीं है। फलन f(x±ut) को प्रगामी तरंग निरूपित करने के लिए इस फलन को प्रत्येक क्षण तथा प्रत्येक बिन्दु पर निश्चित तथा परिमित होना चाहिए।

a. जब $x \to \infty$ अथवा $t \to \infty$ तो फलन $(x - vt)^2$ अपरिमित हो जाएगा; अत: यह फलन प्रगामी तरंग को निरूपित नहीं कर सकता।

b. जब $x \to \infty$ अथवा $t \to \infty$ तो फलन $\log\left(x + \frac{vt}{x0}\right)$ अपरिमित हो जाएगा; अत: यह फलन प्रगामी तरंग को निरूपित नहीं कर सकता।

c. जब $x \to \infty$ अथवा $t \to \infty$ तो यह फलन परिमित बना रहेगा; अत: यह फलन सम्भवतया प्रगामी तरंग को निरूपित कर सकता है।

प्रश्न 6 कोई चमगादड़ वायु में 1000kHz आवृत्ति की पराश्रव्य ध्वनि उत्सर्जित करता है। यदि यह ध्वनि जल के पृष्ठ से टकराती है तो (a) परावर्तित ध्वनि, तथा (b) पारगमित ध्वनि की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए। वायु तथा जल में ध्वनि की चाल क्रमश: $340 m/s^{-1}$ तथा $1486 m/s^{-1}$ है।

उत्तर- यहाँ आपतित तरंग की आवृत्ति,

$n = 1000kHz = 10^6\ Hz = 10^6$ सेकण्ड$^{-1}$

वायु में ध्वनि की चाल $\upsilon_1 = 340$ मी/से.$^{-1}$

जल में ध्वनि की चाल $\upsilon_2 = 1486$ मी/से.$^{-1}$

परावर्तित ध्वनि वायु में ही गति करेगी। अत: उसकी तरंगदैर्घ्य।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{n} = \frac{340\text{m/sec.}^{-1}}{10^6\ \text{sec.}^{-1}} = 340 \times 10^{-6}\text{m}$$

$$= 0.340 \times 10^{-3}\text{m} = 0.340\text{mm}$$

पारगमित ध्वनि की आवृत्ति भी n ही होगी क्योंकि अपवर्तन से आवृत्ति नहीं बदलती है तथा यह जल में, गति करेगी। अतः इसकी तरंगदैर्घ्य

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{n} = \frac{1486\text{m/s}^{-1}}{10^6\text{sec.}^{-1}} = 1486 \times 10^{-6}\text{m}$$

$$= 1.486 \times 10^{-3}\text{m} = 1.486\text{mm} = 1.49\text{mm}$$

प्रश्न 7 किसी अस्पताल में ऊतकों में ट्यूमरों का पता लगाने के लिए पराश्रव्य स्कैनर का प्रयोग किया जाता है। उस ऊतक में ध्वनि में तरंगदैर्ध्य कितनी है जिसमें ध्वनि की चाल 1.7km/s^{-1} है? स्कैनर की प्रचालन आवृत्ति 4.2MHz है।

उत्तर-

ध्वनि की चाल v = 1.7 किमी/से$^{-1}$ = 1.7×10^3 मी/से.$^{-1}$

आवृत्ति n = 4.2MHz = 4.2×10^6 से.$^{-1}$

तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{v}{n} = \frac{1.7\times10^3\text{m/ sec.}^{-1}}{4.2\times10^6\text{sec.}^{-1}}$

$$= 4.238 \times 10^{-4}\text{m} \approx 0.4\text{mm}$$

प्रश्न 8 किसी डोरी पर कोई अनुप्रस्थ गुणावृत्ति तरंग का वर्णन

$$y(x,t) = 3.0\sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right)$$

द्वारा किया जाता है। यहाँ x तथा y सेण्टीमीटर में तथा t सेकण्ड में है। x की धनात्मक दिशा बाएँ से दाएँ है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. क्या यह प्रगामी तरंगे है अथवा अप्रगामी? यदि यह प्रगामी तरंग है तो इसकी चाल तथा संचरण की दिशा क्या है?

b. इसका आयाम तथा आवृत्ति क्या है?

c. उद्गम के समय इसकी आरम्भिक कला क्या है?

d. इस तरंग में दो क्रमागंत शिखरों के बीच की न्यूनतम दूरी क्या है?

उत्तर-

a. दिए गए समी. को पुनर्व्यवस्थित करके निम्नलिखित प्रकार से लिखा जा सकता है।

$$y(x, t) = 3.0 \sin \left[0.018\left(\frac{36}{0.018} . t + x\right) + \frac{x}{4}\right] \ldots (1)$$

यह समीकरण $y(x, y) = a \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) + \phi_0\right]$ रूप की है। ...(2)

अतः यह प्रगामी तरंग को प्रदर्शित करती है। समी० (1) व (2) की तुलना से चाल $v = \left(\frac{36}{0.018}\right)$ सेमी/से. = 2000 सेमी/से. = 20 मी/से.

यह तरंग x-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में अर्थात् दायीं से बायीं ओर गतिमान है।

b. पुन: समी. (1) तथा समी. (2) की तुलना से

आयाम $a = 3.0\text{cm}, \frac{2\pi}{\lambda} = 0.018$

अतः तरंगदैर्घ्य $\lambda = \left(\frac{2\pi}{0.018}\right)\text{cm} = \left(\frac{2 \times 3.14}{0.018}\right)\text{cm} = 349\text{cm} = 3.49\text{m}$

$\therefore$ आवृत्ति $v = \frac{v}{\lambda} = \frac{20\text{m/sec.}}{3.49\text{m}} = 5.73\text{sec}^{-1}$

c. पुन: समी० (1) तथा (2) की तुलना से आरम्भिक कला

$$\phi_0 = \frac{\pi}{4}\text{rad}$$

तरंग के दो क्रमागत शिखरों के बीच की दूरी = λ = 3.49m = 3.5m

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 9 प्रश्न 8 में वर्णित तरंग के लिए x = 0cm, 2cm तथा 4cm के लिए विस्थापन (y) और समयं (t) के बीच ग्राफ आलेखित कीजिए। इन ग्राफों की आकृति क्या है? आयाम, आवृत्ति अथवा कला में से किन पहलुओं में प्रगामी तरंग में दोलनी गति एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु पर भिन्न है?

उत्तर-

दी गयी प्रगामी तरंग का समीकरण

$y(x, t) = 3.0 \sin \left[36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right]$ से, ...(1)

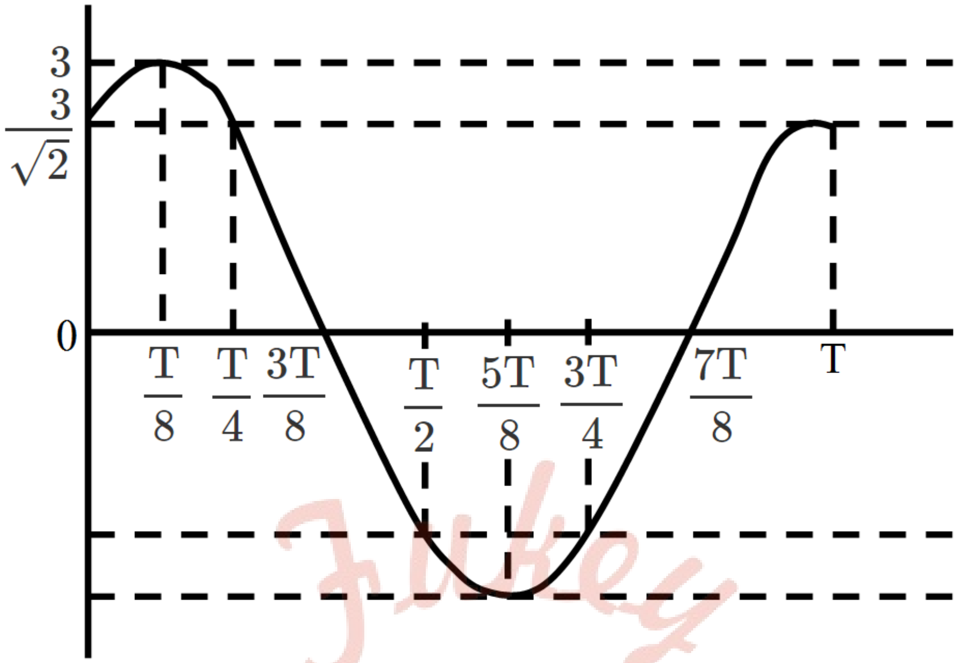
a. x = 0 के लिए

$$y(0, t) = 3.0 \sin \left[36t + \frac{\pi}{4}\right] \ldots (2)$$

यहाँ से स्पष्ट है कि $\omega = 36 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = 36 \Rightarrow$ आवर्तकाल $T = \left(\frac{\pi}{18}\right)$ सेकण्ड, अतः समीकरण (2) से

(t)	(y)
0	$\frac{3}{\sqrt{2}}$
$\frac{T}{8}$	3
$\frac{2T}{8}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$
$\frac{3T}{8}$	0
$\frac{4T}{8}$	$\frac{-3}{\sqrt{2}}$
$\frac{5T}{8}$	-3
$\frac{6T}{8}$	$\frac{-3}{\sqrt{2}}$
$\frac{7T}{8}$	0
T	$\frac{3}{\sqrt{2}}$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com



अत: (y - t) वक्र चित्र में वक्र (a) से प्रदर्शित होगा

b. x = 2 सेमी के लिए

$$y(2, t) = 3.0 \sin\left[36t + 0.036 + \frac{\pi}{4}\right]$$

c. x = 4 सेमी के लिए

$$y(4, t) = 3.0 \sin\left[36t + 0.072 + \frac{\pi}{4}\right]$$

d. y-t ग्राफ चित्र में प्रदर्शित ग्राफ से केवल प्रारम्भिक कला में भिन्न होंगे।

प्रश्न 10 प्रगामी गुणावृत्ति तरंग

$$y(x, t) = 2.0 \cos 2\pi(10t - 0.0080x + 0.35)$$

जिसमें x तथा y को m में तथा t को s में लिया गया है, के लिए उन दो दोलनी बिन्दुओं के बीच कलान्तर कितना है जिनके बीच की दूरी है

a. 4m

b. 0.5m

c. $\frac{\lambda}{2}$

d. $\frac{3\lambda}{4}$

उत्तर-

दिए गये समी. $y(x, t) = 20\cos 2\pi(10t - 0.0080x + 0.35)$ की तुलना प्रामाणिक समीकरण

$y(x, t) = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \phi\right)$ से करने पर,

$\frac{1}{\lambda} = 0.0080$ या $\lambda = \left(\frac{1}{0.0080}\right)\text{cm}$

$= 125\text{cm} = 1.25\text{m}$

परन्तु कलांतर $\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right).\ \Delta x$ (जहाँ $\Delta x =$ पथांतर)

a. जब $\Delta x = 4\text{m}$ तो $\Delta\phi = \frac{2\pi}{1.25\text{m}} \times 4\text{m} = 6.4\pi\ \text{rad}$

b. जब $\Delta x = 0.5\text{m}$ तो $\Delta\phi = \frac{2\pi}{1.25\text{m}} \times 0.5\text{m} = 0.8\pi\ \text{rad}$

c. जब $\Delta x = \frac{\lambda}{2}\text{m}$ तो $\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \times \frac{\lambda}{2}\text{m} = \pi\ \text{rad}$

d. जब $\Delta x = \frac{3\lambda}{4}\text{m}$ तो $\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \times \frac{3\lambda}{4}\text{m} = 1.5\pi\ \text{rad}$

प्रश्न 11 दोनों सिरों पर परिबद्ध किसी तानित डोरी पर अनुप्रस्थ विस्थापन को इस प्रकार व्यक्त किया गया है

$$y(x, t) = 0.06\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)\cos(120\pi t)$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जिसमें x तथा y को m में तथा t को s में लिया गया है। इसमें डोरी की लम्बाई 1.5m है जिसकी संहति 30×10^{-2}kg है। निम्नलिखित का उत्तर दीजिए:

a. यह फलन प्रगामी रंग अथवा अप्रगामी तरंग में से किसे निरूपित करता है?
b. इसकी व्याख्या विपरीत दिशाओं में गमन करती दो तरंगों के अध्यारोपण के रूप में करते हुए प्रत्येक तरंग की तरंगदैर्घ्य, आवृत्ति तथा चाल ज्ञात कीजिए।
c. डोरी में तनाव ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

a. दिया गया फलन दो आवर्तफलनों के गुणनफल के रूप में हैं जिसमें एक x का ज्या फलन तथा दूसरा t का कोज्या फलन है। अत: यह अप्रगामी तरंग को व्यक्त करता है।

b.

$$\because 2\sin A.\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$$

$$\therefore y(x,t) = 0.06\sin\left(\frac{2\pi x}{3}\right).\cos(120\pi t)$$

$$= 0.03\left[\sin\left(\frac{2\pi x}{3} + 120\pi t\right) + \sin\left(\frac{2\pi x}{3} - 120\pi t\right)\right]$$

$$= 0.03\sin\left(120\pi t + \frac{2\pi t}{3}\right) - 0.03\sin\left(120\pi t - \frac{2\pi x}{3}\right)$$

$$= y_1 + y_2$$

∴ आपतित तरंग $y_1 = 0.03\sin\left(120\pi t + \frac{2\pi x}{3}\right)$[x-अक्ष की ऋणात्मक दिशाएँ संचरित प्रगामी तरंग]

प्रावर्तित तरंग $y_2 = -0.03\sin\left(120\pi t - \frac{2\pi x}{3}\right)$[x-अक्ष की धनात्मक दिशाएँ संचरित प्रगामी तरंग जो दृढ़ तल से परावर्तन के फलस्वरूप उत्पनन हुई है।]

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अब मूल प्रगामी तरंग $y_1 = 0.03\sin\left(120\pi t + \frac{2\pi x}{3}\right)$ की तुलना

प्रामाणिक समीकरण $y_2 = a\sin(\omega t + \kappa x)$ से करने पर,

आयाम $a = 0.03m, \omega = 120\pi\ rad/sec.; \kappa = \frac{2\pi}{3}$

$\therefore$ आवृत्ति $n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi} = 60\ sec.$

तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{2\pi}{\kappa} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 3m$

चाल $v = n\lambda = 60\ sec.^{-1} \times 3m = 180m/sec.^{-1}$

c.

डोरी की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $m = \frac{M}{l}$

$= \frac{3.0\times10^{-2}kg}{1.5m} = 2\times10^{-2}kg/m.^{-1}$

अनुप्रस्थ तरंग की चाल $v = 180m/sec.^{-1}$

अब चूँकि $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$ (जहाँ T = डोरी में तनाव)

$\therefore v^2 = \frac{T}{m}$

अथवा तनाव $T = v^2 \times m$

$= (180)^2 \times 2 \times 10^{-2}N = 648N$

प्रश्न 12

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

a. प्रश्न 11 में वर्णित डोरी पर तरंग के लिए बताइए कि क्या डोरी के सभी बिन्दु समान

i. आवृत्ति।

ii. कला।

iii. आयाम से कम्पन करते हैं।

अपने उत्तरों को स्पष्ट कीजिए।

b. एक सिरे से 0.375m दूर के बिन्दु का आयाम कितना है?

उत्तर-

a. डोरी पर तरंग-

i. निस्पन्द के अतिरिक्त डोरी के सभी बिन्दुओं की आवृत्ति n = 60 सेकण्ड-1 समान है।

ii. एक लूप में सभी बिन्दु समान कला में कम्पन करते हैं। (निस्पन्द के अतिरिक्त)

iii. दी गयी अप्रगामी तरंग फलन से x दूरी पर तुरंग का आयाम

$$A(x) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$$

चूँकि यह बिन्दु की स्थिति x पर निर्भर करता है। अतः सभी बिन्दु समान आयाम से कम्पन नहीं करते हैं।

b.

सूत्र $A(x) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$ में $x = 0.375\text{m}$ रखने पर

इस दुरी पर आयाम $A(0.37\text{m}) = 0.06 \sin\left[\frac{2\pi \times 0.375}{3}\right]\text{m}$

$$= 0.06 \sin\left[\frac{\pi}{4}\right] = \left(0.06 \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\text{m}$$

$$= \frac{0.06}{1.414}\text{m} = 0.042\text{m}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 13 नीचे किसी प्रत्यास्थ तरंग (अनुप्रस्थ अथवा अनुदैर्घ्य) के विस्थापन को निरूपित करने वाले x तथा t के फलन दिए गए हैं। यह बताइए कि इनमें से कौन (i) प्रगामी तरंग को, (ii) अप्रगामी तरंग को, (iii) इनमें से किसी भी तरंग को निरूपित नहीं करता है।

(a) $y = 2\cos(3x)\sin 10t$

(b) $y = 2\sqrt{x - vt}$

(c) $y = 3\sin(5x - 0.5t) + 4\cos(5x - 0.5t)$

(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

उत्तर-

a. यह फलन एक अप्रगामी तरंग निरूपित करता है।

b. $X \to \infty$ अथवा $t \to \infty$ पर फलन अपरिमित हो जाता है; अत: यह किसी भी प्रकार की तरंग को निरूपित नहीं करता।

c. दिया गया फलन अक्ष की धन दिशा (एक ही दिशा) में चलने वाली दो तरंगों, जिनके बीच $\frac{\pi}{2}$ का कलान्तर है, के अध्यारोपण से बनी तरंग को प्रदर्शित करता है; अत: यह एक प्रगामी तरंग है।

d. दिया गया फलन $y = \cos x \sin t + \cos 2x\, t \sin 2t$, दो अप्रगामी तरंगों के अध्यारोपण को प्रदर्शित करता है।

प्रश्न 14 दो दृढ़ टेकों के बीच तानित तार अपनी मूल विधा में 45Hz आवृत्ति से कम्पन करता है। इस तार का द्रव्यमान 3.5×10^{-2}kg तथा रैखिक द्रव्यमान घनत्व 4.0 x 10-2kg/m^{-1} है।

a. तार पर अनुप्रस्थ तरंग की चाल क्या है।

b. तार में तनाव कितना है?

उत्तर- तार की मूल आवृत्ति n = 45Hz = 45 सेकण्ड$^{-1}$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

तार का रैखिक घनत्व अर्थात् एकांक लम्बाई का द्रव्यमान

$$m = \frac{M'}{L} = 4.0 \times 10^{-2} kg/m$$

तार का द्रवमान $M' = 3.5 \times 10^{-2} kg$

तार की लम्बाई $L = \frac{M'}{m} = \left[\frac{3.5 \times 10^{-2} kg}{4.0 \times 10^{-2} kg/m}\right] = \frac{7}{8} m$

$\because$ तार की मूल आवृत्ति $n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2L} \times v$

(जहाँ $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$ = तार पर अनुप्रस्थ तरंग की चाल)

$$\therefore v = n \times 2L = 45 sec.^{-1} \times 2 \times \left(\frac{7}{8}\right) m$$

$$= 78.75 m/sec. = 79 m/sec.$$

$$\because v = \sqrt{\frac{T}{m}} \Rightarrow v^2 = \frac{T}{m}$$

अतः तार में तनाव $T = v^2 \times m$

$$= (78.75 m/sec.)^2 \times 4.0 \times 10^{-2} kg/m.$$

$$= 248 N$$

प्रश्न 15 एक सिरे पर खुली तथा दूसरे सिरे पर चलायमान पिस्टन लगी 1m लम्बी नलिका, किसी नियत आवृत्ति के स्रोत (340 Hz आवृत्ति का स्वरित्र द्विभुज) के साथ, जब नलिका में वायु कॉलम 25.5cm अथवा 79.3cm होता है तब अनुनाद दर्शाती है। प्रयोगशाला के ताप पर वायु में ध्वनि की चाल का आकलन कीजिए। कोर के प्रभाव को नगण्य मान सकते हैं।

उत्तर- यदि अनुनादित वायु-स्तम्भों की पहली दो क्रमिक लम्बाइयाँ l_1 व l_2 हैं तथा स्वरित्र द्विभुज की आवृत्ति n हो, तो वायु-स्तम्भ में ध्वनि की चाल

$v = 2n(l_2 - l_1)$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

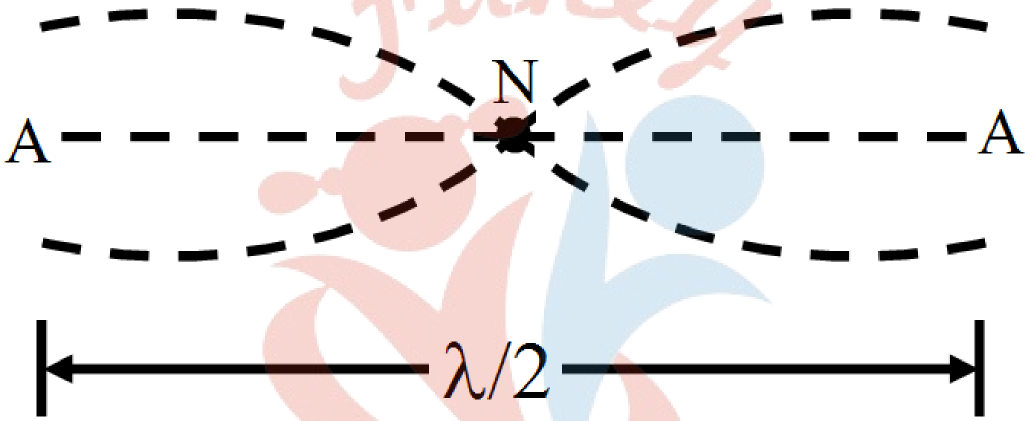
= 2 × 340 सेकण्ड-1 × (79.3 - 25.5) सेमी

= 36584 सेमी/ सेकण्ड

= 365.84 मीटर/ सेकण्ड

प्रश्न 16 100cm लम्बी स्टील-छड़ अपने मध्य बिन्दु पर परिबद्ध है। इसके अनुदैर्ध्य कम्पनों की मूल आवृत्ति 2.53kHz है। स्टील में ध्वनि की चाल क्या है?

उत्तर-



l = 100 सेमी = 1.00 मीटर की छड़ के मध्यबिन्दु पर परिबद्ध होने पर इसमें अनुदैर्ध्य कम्पन दिए चित्र की भाँति होंगे। मध्य बिन्दु पर निस्पन्द तथा छड़ के स्वतन्त्र सिरों पर प्रस्पन्द बनेंगे। चित्र से स्पष्ट है कि

Fukey Education

$$l = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda = 2l$$

अत: तरंगदैर्घ्य λ = 2 × 1.0 मीटर = 2.0 मीटर

आवृत्ति n = 2.53kHz = 2.53 × 10^3 सेकण्ड$^{-1}$

$\therefore$ छड़ में ध्वनि की चाल $v = n\lambda$ = 2.53 × 10^3 सेकण्ड$^{-1}$ × 2.0 मीटर

= 5.06 × 10^3 मी/ सेकण्ड$^{-1}$

= 5.06 किमी/ सेकण्ड$^{-1}$

प्रश्न 17 20cm लम्बाई के पाइप का एक सिरा बन्द है। 430Hz आवृत्ति के स्रोत द्वारा इस पाइप की कौन-सी गुणावृत्ति विधा अनुनाद द्वारा उत्तेजित की जाती है? यदि इस पाइप के दोनों सिरे खुले हों तो भी क्या यह स्रोत इस पाइप के साथ अनुनाद करेगा? वायु में ध्वनि की चाल 340ms^{-1} है।

उत्तर- बन्द ऑर्गन पाइप की लम्बाई l = 20 सेमी = 0.20 मीटर

वायु में ध्वनि की चाल v = 340 मी/से

$\therefore$ बन्द ऑर्गन पाइप की मूल आवृत्ति

$$n_c = \frac{v}{4l} = \left(\frac{340}{0.20}\right) = 425\text{Hz}$$

यह प्रथम संनादी होगा इसके तृतीय एवं पाँचवें संनादी की आवृत्ति क्रमशः 3nc = 1275Hz तथा 5nc = 2125Hz होंगी। अतः 430Hz आवृत्ति के स्रोत द्वारा पाइप की पहली गुणावृत्ति (मूलस्वरक) अनुनाद द्वारा उत्तेजित की जा सकती है।

पाइप के दोनों सिरे खुले होने पर उसकी (खुले ऑर्गन पाइप) मूल आवृत्ति

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$n_0 = \frac{v}{2l} = 2 \times 425 = 850Hz$$

इनके द्वितीय, तृतीय संनादी की आवृत्तियाँ क्रमशः 2n0 = 1700Hz, 3n0 = 2550Hz होंगी। अतः 430Hz आवृत्ति के स्रोत से इसका कोई भी संनादी उत्तेजित नहीं हो सकेगा। इसलिए पाइप के दोनों सिरे खुले होने पर दिया हुआ 430Hz आवृत्ति वाला स्रोत इसके साथ अनुनाद नहीं करेगा।

वैकल्पिक विधि- माना 430Hz आवृत्ति का स्वरित्र N वें संनादी के साथ अनुनाद करता है।

अतः 430 = N वें संनादी की आवृति

अर्थात् $430 = (2N - 1)\frac{v}{4l}$ ($\because$ बन्द पाइप में विषम संनादी उत्पन्न होते है।)

$$(2N - 1) = \frac{430 \times 4l}{v} = \frac{430 \times 4 \times 0.20}{340} = 1.01$$

$$2N = 2.01 \Rightarrow N = \frac{2.01}{2} = 1.005$$

चूँकि N पूर्णांक है अत: N = 1 अत: 430Hz आवृत्ति के स्रोत के साथ पहली गुणावृत्ति (मूलस्वरक) अनुनाद द्वारा उत्तेजित की जा सकती है।

पाइप के दोनों सिरे खुले होने पर

$$430 = N \times \left(\frac{v}{2l}\right)$$

($\because$ खुले पाइप में सम व विषम दोनों प्रकार के संनादी उत्पन्न होते हैं।)

$$N = \frac{430 \times 2l}{v} = \left(\frac{430 \times 2 \times 0.20}{340}\right) = 0.5$$

परन्तु N पूर्णांक होना चाहिए। अतः दोनों सिरों पर खुला पाइप 430Hz आवृत्ति के स्रोत दाब किसी भी विधा में अनुनाद द्वारा उत्तेजित नहीं हो सकता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 18 सितार की दो डोरियाँ A तथा B एक साथ 'गा' स्वर बजा रही हैं तथा थोड़ी-सी बेसुरी होने के कारण 6Hz आवृत्ति के विस्पन्द उत्पन्न कर रही हैं। डोरी A का तनाव कुछ घटाने पर विस्पन्द की आवृत्ति घटकर 3Hz रह जाती है। यदि A की मूल आवृत्ति 324Hz है तो B की आवृत्ति क्या है?

उत्तर- दिया है डोरी A की आवृत्ति nA = 324Hz

प्रति सेकण्ड विस्पन्दों की संख्या x = 6

∴ डोरी B की सम्भव आवृत्तियाँ $n_B = n_A \pm x = (324 \pm 6)\text{Hz}$

= 330Hz अथवा 318Hz

तनी हुई डोरी की आवृत्ति $n \propto \sqrt{T}$ (तनाव के नियम से)

अत: डोरी A पर तनाव घटाने से इसकी आवृत्ति घटेगी। यदि B की सही आवृत्ति 330Hz मान ली जाए। तो nA = 324Hz के घटने पर 330Hz से उसका अन्तर 6 से अधिक आयेगा अर्थात् विस्पन्द बढ़ेंगे परन्तु विस्पन्द आवृत्ति घट रही है, अत: B की सही आवृत्ति 330Hz न होकर 318Hz ही होगी; चूँकि तनाव घटाने पर जब A की आवृत्ति 324 से घटकर 321 रह जायेगी तब 318 से इसका अन्तर 3 आयेगा, जो प्रश्न के अनुकूल है।

प्रश्न 19 स्पष्ट कीजिए क्यों (अथवा कैसे)-

a. किसी ध्वनि तरंग में विस्थापन निस्पन्द, दाब प्रस्पन्द होता है और विस्थापन प्रस्पन्द, दाब निस्पन्द होता है।
b. आँख न होने पर भी चमगादड़ अवरोधकों की दूरी, दिशा, प्रकृति तथा आकार सुनिश्चित कर लेते हैं।
c. वायलिन तथा सितार के स्वरों की आवृत्तियाँ समान होने पर भी हम दोनों से उत्पन्न स्वरों में भेद कर लेते हैं।
d. ठोस अनुदैर्घ्य तथा अनुप्रस्थ दोनों प्रकार की तरंगों का पोषण कर सकते हैं जबकि गैसों में केवल अनुदैर्घ्य तरंगें ही संचरित हो सकती हैं।

Fukey Education

e. परिक्षेपी माध्यम में संचरण के समय स्पन्द की आकृति विकृत हो जाती है।

उत्तर-

a. ध्वनि तरंगों में जहाँ माध्यम के कणों का विस्थापन न्यूनतम (विस्थापन निस्पन्द) होता है वहाँ कण अत्यधिक पास-पास होते हैं अर्थात् वहाँ दाब अधिकतम (दाब प्रस्पन्द) होता है तथा जहाँ विस्थापन महत्तम (विस्थापन-प्रस्पन्द) होता है वहाँ कण दूर-दूर होते हैं अर्थात् वहाँ दाब न्यूनतम (दाब निस्पन्द) होता है।

b. चमगादड़ उच्च आवृत्ति की पराश्रव्य तरंगें उत्सर्जित करते हैं। ये तरंगें अवरोधकों से टकराकर वापस लौटती हैं तो चमगादड़ इन्हें अवशोषित कर लेते हैं। परावर्तित तरंग की आवृत्ति तथा तीव्रता की प्रेषित तरंग से तुलना करके चमगादड़ अवरोधकों की दूरी, दिशा, प्रकृति तथा आकार सुनिश्चित कर लेते हैं।

c. प्रत्येक स्वर में एक मूल स्वरक के साथ कुछ अधिस्वरक भी उत्पन्न होते हैं। यद्यपि वायलिन तथा सितार से उत्पन्न स्वरों में मूल स्वरकों की आवृत्तियाँ समान रहती हैं परन्तु उनके साथ उत्पन्न होने वाले अधिस्वरकों की संख्या, आवृत्तियाँ तथा आपेक्षिक तीव्रताओं में भिन्नता होती है। इसी भिन्नता के कारण इन्हें पहचान लिया जाता है।

d. ठोसों में आयतन प्रत्यास्थता के साथ-साथ अपरूपण प्रत्यास्थती भी पाई जाती है; अत: ठोसों में दोनों प्रकार की तरंगें संचरित हो सकती हैं। इसके विपरीत गैसों में केवल आयतन प्रत्यास्थता ही पाई जाती है; अत: गैसों में केवल अनुदैर्ध्य तरंगें ही संचरित हो पाती हैं।

e. प्रत्येक ध्वनि स्पन्द कई विभिन्न तरंगदैर्यों की तरंगों का मिश्रण होता है। जब यह स्पन्द परिक्षेपी माध्यम में प्रवेश करता है तो ये तरंगें अलग-अलग वेगों से गति करती हैं; अत: स्पन्द की आकृति विकृत हो जाती है।

प्रश्न 20 रेलवे स्टेशन के बाह्य सिगनल पर खड़ी कोई रेलगाड़ी शान्त वायु में 400Hz आवृत्ति की सीटी बजाती है। (i) प्लेटफॉर्म पर खड़े प्रेक्षक के लिए सीटी की आवृत्ति क्या होगी जबकि रेलगाड़ी (a) $10ms^{-1}$ चाल से प्लेटफॉर्म की ओर गतिशील है, तथा (b) $10ms^{-1}$ चाल से प्लेटफॉर्म से दूर जा रही है? (ii) दोनों ही प्रकरणों में ध्वनि की चाल क्या है? शान्त वायु में ध्वनि की चाल $340ms^{-1}$ लीजिए।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

उत्तर-

i. सीटी की आवृत्ति ν = 400Hz,

रेलगाड़ी की चाल υs = 10m/s^{-1}

शान्त वायु में ध्वनि की चाल υ = 340m/s^{-1}

a. जब रेलगाड़ी (ध्वनि-स्रोत) स्थिर प्रेक्षक की ओर गतिशील है तो प्रेक्षक द्वारा सुनी गई ध्वनि की आवृत्ति।

$$v' = v\left(\frac{v}{v-v_s}\right) = 400\left(\frac{340}{340-10}\right)\mathrm{Hz} = 412\mathrm{Hz}$$

b. जब रेलगाड़ी (स्रोत) स्थिर प्रेक्षक से दूर जा रही है तो प्रेक्षक द्वारा सुनी गई ध्वनि की आवृत्ति,

$$v' = v\left(\frac{v}{v-v_s}\right) = 400\left(\frac{340}{340-10}\right)\mathrm{Hz}$$

$$= 38857\mathrm{Hz} \approx 389\mathrm{Hz}$$

ii. दोनों प्रकरणों में ध्वनि की चाल 340m/s^{-1} (अपरिवर्तित) है।

प्रश्न 21 स्टेशन यार्ड में खड़ी कोई रेलगाड़ी शान्त वायु में 400Hz आवृत्ति की सीटी बजा रही है। तभी 10m/s^{-1} चाल से यार्ड से स्टेशन की ओर वायु बहने लगती है। स्टेशन के प्लेटफॉर्म पर खड़े किसी प्रेक्षक के लिए ध्वनि की आवृत्ति, तरंगदैर्घ्य तथा चाल क्या हैं? क्या यह स्थिति तथ्यतः उस स्थिति के समरूप है जिसमें वायु शान्त हो तथा प्रेक्षक 10m/s^{-1} चाल से यार्ड की ओर दौड़ रहा हो? शान्त वायु में ध्वनि की चाल 340m/s^{-1} ले सकते हैं।

उत्तर- सीटी की आवृत्ति ν = 400Hz, शान्त वायु में ध्वनि की चाल u = 340m/s^{-1}

वायु की (प्रेक्षक की ओर) चाल W = 10 m/s^{-1}

∵ रेलगाड़ी (स्रोत) तथा प्रेक्षक दोनों स्थिर हैं; अतः U_s = 0, U_0 = 0

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\therefore$ प्रेक्षक द्वारा सुनी गई ध्वनि की आवृति $v' = v\left(\frac{v+W-v_o}{v+W-v_s}\right)$

$$= 400\left(\frac{340+10-0}{340+10-0}\right) = 400Hz$$

$\because$ वायु प्रेक्षक की ओर चल रही है।

$\therefore$ प्रेक्षक के लिए वायु की चाल = v + W = 340 + 10 = 350 m/s^{-1}

जबकि प्रेक्षक के लिए सीटी की आवृत्ति नियत (400Hz) है।

जबकि ध्वनि की तरंगदैर्घ्य $\lambda' = \frac{v+w}{v'} = \frac{350ms^{-1}}{400Hz}$

$$= 0.875m$$

नहीं, यदि प्रेक्षक यार्ड की ओर दौड़ेगा, तो प्रभावी तरंगदैर्घ्य घट जाएगी तथा आवृत्ति बढ़ जाएगी जबकि ध्वनि की चाल अपरिवर्तित रहेगी।

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 408-409)

प्रश्न 22 किसी डोरी पर कोई प्रगामी गुणावृत्ति तरंग इस प्रकार व्यक्त की गई है।

$$y(x, t) = 7.5 \sin\left(0.0050x + 12t + \frac{\pi}{4}\right)$$

a. x = 1cm तथा t = 1s पर किसी बिन्दु का विस्थापन तथा दोलन की चाल ज्ञात कीजिए। क्या यह चाल तरंग संचरण की चाल के बराबर है?

b. डोरी के उन बिन्दुओं की अवस्थिति ज्ञात कीजिए जिनका अनुप्रस्थ विस्थापन तथा चाल उतनी ही है जितनी x = 1cm पर स्थित बिन्दु की समय t = 2s, 5s तथा 11s पर है।

उत्तर-

विस्थापन $y(x, t) = 7.5 \sin\left(0.0050x + 12t + \frac{\pi}{4}\right) \ldots (1)$

कण के दोलन की चाल

$$u = \frac{dy}{dt} = 7.5 \times 12 \cos\left(0.0050x + 12t + \frac{\pi}{4}\right)$$

अथवा $u = 90 \cos\left(0.0050x + 12t + \frac{\pi}{4}\right) \ldots (2)$

x = 1 सेमी तथा t = 1 सेकण्ड पर विस्थापन

$$y(1, 1) = 7.5 \sin\left[0.0050 \times 1 + 12 + \frac{3.14}{4}\right]$$

$$= 7.5 \sin(12.7904 \text{ rad})$$

या $y = 7.5 \sin\left(12.7904 \times \frac{180^\circ}{\pi}\right)$

$$= 7.5 \sin\left(\frac{12.7904}{3.14} \times 180^\circ\right) = 7.5 \sin(732.83^\circ)$$

$$= 7.5 \sin(720^\circ + 12.83^\circ) = 7.5 \sin 12.83^\circ$$

$$= 7.5 \times 0.2215 = 1.67\text{cm}$$

तरंग का दिलनकाल $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{12} = \frac{3.14}{6} = 0.52\text{sec.}$

तथा $u = 90 \cos(0.0050 \times 1 + 12 \times 1 + 314)$

$$= 90 \cos 73.3^\circ = 90 \cos(720^\circ + 13^\circ) = 90 \cos 13^\circ$$

$$= 90 \times 0.97 = 87.7\text{cm/sec.}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

दिये गये समीकरण (1) की तुलना $y = a\sin(\omega t + \kappa x + \phi_0)$ से करने पर,

$\omega = 12\text{rad/sec.}$ तथा $\kappa = 0.0050\text{rad/cm}$

$\therefore$ तरंग चाल $v = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{12}{0.0050\text{rad/sec.}} = 24\text{cm/sec}$

अतः स्पष्ट है की कण की दोलन चाल तरंग चाल के बराबर नहीं है।

परस्पर ±nλ दूरियों पर सभी बिन्दुओं पर स्थित कणों का विस्थापन तथा दोलन चाल समान होगी। (जहाँ λ = तरंगदैर्घ्य)

जहाँ $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ से $\lambda = \frac{2\pi}{\kappa} = \left(\frac{2\times3.14}{0.0050}\right)\text{cm}$

$= 1.26 \times 10^2\text{cm} = 12.6\text{m}$

x = 0.01 मी, 12.61 मी, 25.2 मी ... पर कणों का विस्थापन तथा चाल समान होगी।

प्रश्न 23 ध्वनि का कोई सीमित स्पन्द (उदाहरणार्थ सीटी की 'पिप') माध्यम में भेजा जाता है। (a) क्या इस स्पन्द की कोई निश्चित (i) आवृत्ति, (ii) तरंगदैर्घ्य, (iii) संचरण की चाल है? (b) यदि स्पन्द दर 1 स्पन्द प्रति 20s है अर्थात सीटी प्रत्येक 20s के पश्चात सेकण्ड के कुछ अंश के लिए बजती है तो सीटी द्वारा उत्पन्न स्वर की आवृत्ति

उत्तर-

a. नहीं, किसी स्पन्द की कोई निश्चित आवृत्ति अथवा तरंगदैर्घ्य नहीं होती। स्पन्द के संचरण की चाल निश्चित है जो माध्यम में ध्वनि की चाल के बराबर है।
b. नहीं, स्पन्द की आवृत्ति $\frac{1}{20}\text{Hz}$ अथवा 0.05Hz नहीं है।

प्रश्न 24 80 × 10^{-3}kg/m^{-1} रैखिक द्रव्यमान घनत्व की किसी लम्बी डोरी का एक सिरा 256Hz आवृत्ति के विद्युत चालित स्वरित्र द्विभुज से जुड़ा है। डोरी का दूसरा सिरा किसी स्थिर घिरनी के ऊपर गुजरता हुआ किसी तुला के पलड़े से बँधा है जिस पर 90kg के बाट लटके हैं। घिरनी वाला सिरा सारी आवक ऊर्जा को अवशोषित कर लेता है जिसके कारण इस सिरे से परावर्तित तरंगों का आयाम

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

नगण्य होता है। t = 0 पर डोरी के बाएँ सिरे (द्विभुज वाले सिरे) x = 0 पर अनुप्रस्थ विस्थापन शून्य है (y = 0) तथा वह y-अक्ष की धनात्मक दिशा के अनुदिश गतिशील है। तरंग का आयाम 5.0cm है। डोरी पर इस तरंग का वर्णन करने वाले अनुप्रस्थ विस्थापन y को x तथा t के फलन के रूप में लिखिए।

उत्तर- डोरी का रैखिक घनत्व m = 8.0 x 10-3 किग्रा/मीटर;

डोरी पर आरोपित तनाव T = Mg = 90 × 9.8 न्यूटन = 882 न्यूटन

∴ तनी हुई डोरी में संचरित अनुप्रस्थ तरंग की चाल

$$v = \sqrt{\left(\frac{T}{m}\right)} = \sqrt{\left(\frac{882}{8.0\times10^{-3}}\right)}m/sec. = 332m/sec.$$

डोरी में संचरित तरंग की आवृत्ति = इसके एक सिरे से जुड़े स्वरित्र की आवृत्ति = 256Hz

∴ डोरी में संचरित अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग की तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = \frac{v}{n} = \left(\frac{332}{256}\right)m = 1.3m$$

डोरी के अनुदिश चलने वाली अनुप्रस्थ प्रगामी तरंग का सामान्य समीकरण

$$y = a\sin(\omega t - \kappa x + \phi)\ldots(1)$$

परन्तु यहाँ t = 0 पर y = 0 अतः ये मान उपर्युक्त समीकरण (1) में रखने पर

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$\phi = 0$

अतः $y = a\sin(\omega t - \kappa x) \ldots (2)$

जहाँ $\omega = 2\pi n = 2 \times 3.14 \times 256 \text{ rad/sec.}$

$= 1.61 \times 10^3 \text{ rad/sec.}$

$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = \left(\frac{2\times3.14}{1.3}\right) = 4.83\text{m}^{-1}$

यहाँ दिया गया तरंग का आयाम a = 5.0 सेमी = 5.0 × 10^{-2} मीटर = 0.05 मीटर

$$y = 0.05\sin(1.61 \times 10^3 t - 4.83x)$$

प्रश्न 25 किसी पनडुब्बी से आबद्ध कोई 'सोनार' निकाय 40.0kHz आवृत्ति पर प्रचालन करता है। कोई शत्रु-पनडुब्बी 360km/h^{-1} चाल से इस सोनार की ओर गति करती है। पनडुब्बी से परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति क्या है? जल में ध्वनि की चाल 1450m/s^{-1} लीजिए।

उत्तर- सोनार द्वारा प्रेषित तरंगे की आवृत्ति ν = 40.0kHz

जल में ध्वनि की चाल U = 1450m/s^{-1}

शत्रु-पनडुब्बी की चाल

$$v_1 = 360\text{km/h}^{-1} = 360 \times \frac{5}{18}\text{m/s}^{-1} = 100\text{m/s}^{-1}$$

माना शत्रु-पनडुब्बी द्वारा ग्रहण की गई आवृत्ति v1 है।

स्पष्ट है कि श्रोता l'o = 100m/s-1 के वेग से स्थिर स्रोत की ओर गतिमान है।

$$\text{तब } v_1 = v\left(\frac{v+v_0}{v}\right) = 40.0\left(\frac{1450+100}{1450}\right)\text{kHz} = 42.75\text{kHz}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अब शत्रु-पनडुब्बी इस आवृत्ति की तरंगों को परावर्तित करती है। माना सोनार द्वारा ग्रहण की गई आवृत्ति v_2 है।

इस बार स्रोत, स्थिर श्रोता (सोनार) की ओर vs = $100 m/s^{-1}$ के वेग से गतिशील है।

$$\therefore v_2 = v_1\left(\frac{v}{v-v_s}\right) = 42.65\left(\frac{1450}{1450-100}\right)kHz = 45.91kHz$$

अत: सोनार द्वारा ग्रहण की गई तरंग की आवृत्ति 45.9kHz है।

प्रश्न 26 भूकम्प पृथ्वी के भीतर तरंगें उत्पन्न करते हैं। गैसों के विपरीत, पृथ्वी अनुप्रस्थ (S) तथा अनुदैर्घ्य (P) दोनों प्रकार की तरंगों की अनुभूति कर सकती है। S तरंगों की प्रतिरूपी चाल लगभग $40 km/s^{-1}$ तथा P तरंगों की प्रतिरूपी चाल लगभग $80 km/s^{-1}$ है। कोई भूकम्प-लेखी किसी भूकम्प की P तथा S तरंगों को रिकार्ड करता है। पहली P तरंग, पहली S तरंग की तुलना में 4 मिनट पहले पहुँचती है। यह मानते हुए कि तरंगें सरल रेखामें गमन करती हैं यह ज्ञात कीजिए कि भूकम्प घटित होने वाले स्थान की दूरी क्या है?

उत्तर- माना भूकम्प घटित होने वाले स्थान की भूकम्प-लेखी से दूरी x km है।

दिया है: S तरंगों की चाल $U_1 = 4 km/s^{-1} = 4 \times 60 km/min$.

तथा P तरंगों की चाल $U_2 = 8 km/s^{-1} = 8 \times 60 km/min$.

तब S तरंगो को भूकम्प-लेखी तक पहुंचने में लगा समय

$$t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{x}{4\times60} min.$$

तथा P तरंगो को भूकम्प-लेखी तक पहुंचने में लगा समय

$$t_2 = \frac{x}{v_2} = \frac{x}{8\times60} min.$$

स्पष्ट है कि $t = 2t_2$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्नानुसार, P तरंगे भूकम्प-लेखी तक 4 min. पहले पहुँचती है; अतः $t_1 - t_2 = 4$ min.

या $2t_2 - t_2 = 4\text{min.} \Rightarrow t_2 = 4\text{ min. } [\because t_1 = 2t_2]$

$$\Rightarrow \frac{x}{8\times60} = 4$$

⇒ दूरी $x = 8 \times 60 \times 4 = 1920\text{km}$

प्रश्न 27 कोई चमगादड़ किसी गुफा में फड़फड़ाते हुए पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न करते हुए उड़ रहा है। मान लीजिए चमगादड़ द्वारा उत्सर्जित पराश्रव्य ध्वनि की आवृत्ति 40kHz है। किसी दीवार की ओर सीधा तीव्र झपट्टा मारते समय चमगादड़ की चाल ध्वनि की चाल की 0.03 गुनी है। चमगादड़ द्वारा सुनी गई दीवार से परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति क्या है?

उत्तर- माना ध्वनि की चाल = U_r उत्सर्जित तरंग की आवृत्ति v = 40kHz

तब चमगादड़ की चाल $U_1 = 0.03U$

माना दीवार द्वारा ग्रहण की गई तरंग की आभासी आवृत्ति ν1 है।

इस दशा में स्रोत, श्रोता की ओर गतिमान है जबकि श्रोता (दीवार) स्थिर है,

$$\therefore v_1 = v\left(\frac{v}{v-v_s}\right) = 40\left(\frac{v}{v-0.03v}\right)\text{kHz } [\because v_s = v_1 = 0.03v]$$

$$= 41.24\text{kHz}$$

अब $v_1 = 41.24$kHz आवृत्ति की तरंगें दीवार से टकराकर चमगादड़ की ओर लौटती हैं।

माना चमगादड़ द्वारा ग्रहण की गई तरंगों की आवृत्ति v_2 है।

इस बार श्रोता (चमगादड़) स्थिर स्रोत (दीवार) की ओर गतिमान है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\therefore v_2 = v_1\left(\frac{v+v_o}{v}\right) = 41.24\left(\frac{v+0.03v}{v}\right)kHz\ [\because v_o = v_1]$$

$$= 42.47kHz$$

अत: चमगादड़ द्वारा सुनी गई परावर्तित ध्वनि की आवृत्ति 42.47kHz है।

Fukey Future's Key
Fukey Education