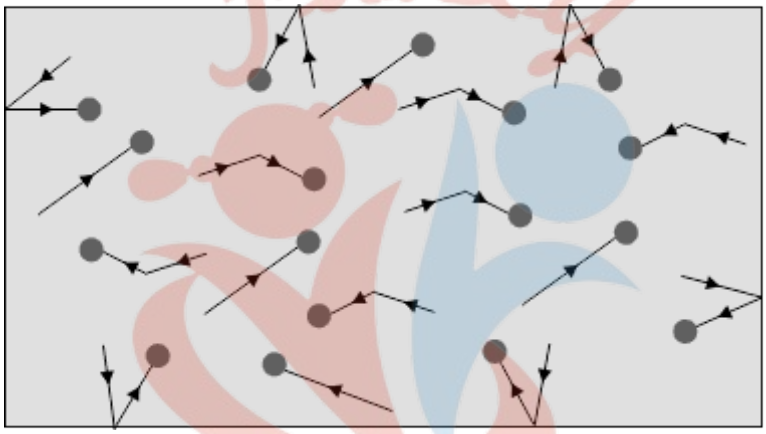
भौतिकी

अध्याय-12: अणुगति सिद्धांत

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

गैस का अणुगति सिद्धांत

गैसों के गुणों की व्याख्या अणुगति सिद्धांत के अनुसार की जा सकती है और सिद्धांत के अनुसार, प्रत्येक गैस विभिन्न छोटे-छोटे कणों से मिलकर बनी होती है इन कणों को अणु कहते हैं। अगर एक आदर्श गैस की बात करें तो उसके सभी अणु एक दूसरे के समान अर्थात सभी अणु एक जैसे होते हैं। एवं यह अणु एक दूसरे से बहुत दूर-दूर होते हैं। अर्थात गैस में अधिकांश रिक्त स्थान ही होता है। गैस के सभी अणु निरंतर सरल रेखीय गति करते रहते हैं अतः गति करते हुए यह अणु पात्र की दीवार से टकराते रहते हैं। जिस कारण अणुओं की चाल वह गति दोनों बदल जाती है।



अणुगति सिद्धांत

गैसों के अणुगति सिद्धांत की परिकल्पनाएं

- प्रत्येक गैस अनेक छोटे-छोटे कणों से मिलकर बनी होती है जिसे अणु कहते हैं।
- गैस के अणु निरंतर नियत चाल से सरल रेखा में गति करती रहती हैं।
- गैसों के अणुओं के बीच टक्कर पूर्ण रूप से प्रत्यास्थ होती है। अर्थात इन टक्करों से गैस के अणुओं की गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है।
- अणु पात्र की दीवारों से टकराते रहते हैं लेकिन टक्करों से गैस के आयतन में कोई परिवर्तन नहीं होता है।
- अणुओं की गति पर गुरुत्वाकर्षण बल का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है क्योंकि अणुओं का द्रव्यमान बहुत कम एवं वेग अत्यधिक होता है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

अणुगति सिद्धांत संबंधित सूत्र

- गैस का वर्ग माध्य मूल चाल

  $$\boxed{v_{rms} \propto \sqrt{T}}$$

  अतः किसी गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल उस गैस के परमताप के अनुक्रमानुपाती होती है।

  इससे स्पष्ट होता है कि गैस के अणुओं की गति जितनी अधिक होगी गैस का ताप उतना ही अधिक होगा।
- वर्ग माध्य मूल चाल तथा अणुभार

  $$\boxed{\frac{v_{1rms}}{v_{2rms}} \propto \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}}$$

  जहां M_1 व M_2 दो विभिन्न गैसों के अणुभार हैं तथा उनकी वर्ग माध्य मूल चाल v_{1rms} व v_{2rms} हैं।
- $$\boxed{\text{अणुकीगतिजऊर्जा} = \frac{3}{2}k_BT}$$

  जहां k_B बोल्ट्समान नियतांक तथा T परमताप है।

बॉयल का नियम

इस नियम के अनुसार, नियत ताप पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन उस गैस के दाब के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

अर्थात् $V \propto \frac{1}{P}$

अथवा $\boxed{VP = \text{नियतांक}}$

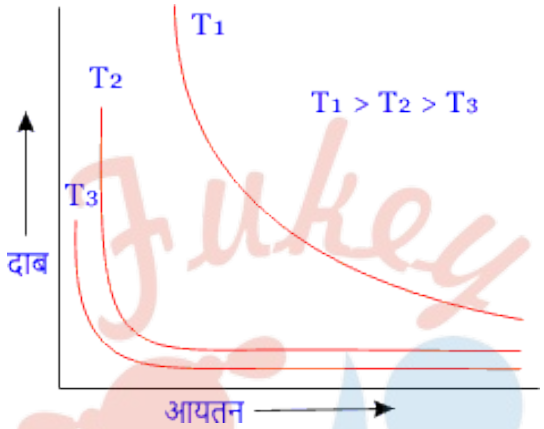
अर्थात् इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि यदि हम गैस के ताप को नियत रखते हुए उसके दाब को दोगुना कर दें तो गैस का आयतन आधा रह जाएगा। या इसके विपरीत आयतन को दोगुना कर दिया जाए, तो गैस का दाब आधा हो जाएगा।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

बॉयल के नियम का ग्राफीय निरूपण

माना नियत ताप पर किसी द्रव्यमान की गैस का प्रारंभिक दाब व आयतन P_1 व V_1 हो तथा गैस के अंतिम दाब व आयतन P_2 व V_2 हो तो बॉयल के नियम से

$$\boxed{P_1V_1 = P_2V_2}$$



बॉयल का नियम

चित्र में किसी गैस के लिए विभिन्न नियत तापों T_1 , T_2 , T_3 पर दाब व आयतन के बीच ग्राफ को दर्शाया गया है।

अतः ताप और दाब की सभी अवस्थाओं पर जैसे बॉयल के नियम का पालन नहीं करती है। अर्थात् गैसें केवल निम्न दाब तथा ऊंचे ताप पर ही बॉयल के नियम (boyle's law) का पालन करती हैं।

आदर्श गैस बॉयल के नियम का पालन करती है वास्तव में यह एक काल्पनिक गैस है।

अणुगति सिद्धांत के आधार पर बॉयल का नियम

किसी निश्चित द्रव्यमान की गैस द्वारा आरोपित दाब

$$P = \frac{1}{3}mnv^2$$

सूत्र में mn गैस का द्रव्यमान है जो कि निश्चित है। यदि ताप नियत रहे तो v^2 भी नियत रहेगा तब

$$\boxed{PV = \text{नियतांक}}$$

यही बॉयल का नियम है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$P_1 V_1 = P_2 V_2$

चार्ल्स का नियम

इस नियम के अनुसार, नियत पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन गैस के परमताप के अनुक्रमानुपाती होता है।

अर्थात् $V \propto T$

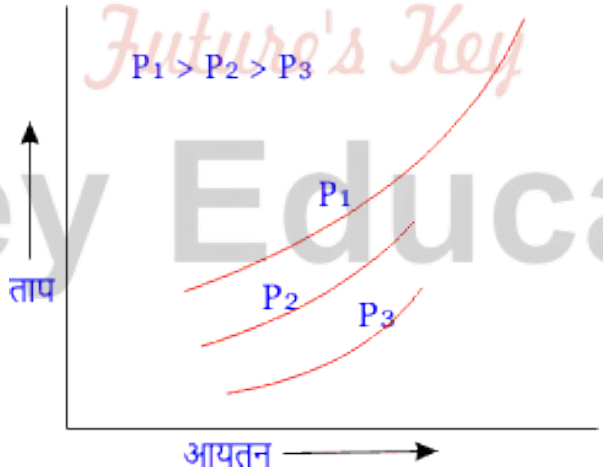
अथवा $\boxed{\frac{V}{T} = \text{नियतांक}}$

अतः इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि यदि हम गैस के दाब को नियत रखते हुए गैस के ताप को दोगुना कर दें तो गैस का आयतन भी दोगुना हो जायेगा।

चार्ल्स के नियम का सूत्र

माना नियत दाब पर किसी द्रव्यमान की गैस का प्रारंभिक ताप व आयतन T_1 व V_1 हों तथा गैस के अंतिम ताप व आयतन T_2 व V_2 हों तो चार्ल्स के नियम से

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}}$$



चार्ल्स का नियम

चित्र में किसी गैस के विभिन्न दाबों P_1 , P_2 व P_3 पर ताप व आयतन के बीच ग्राफ को प्रदर्शित किया गया है।

आदर्श गैस दाब की सभी अवस्थाओं में चार्ल्स के नियम का पालन करती है।

Fukey Education

अणुगति सिद्धांत के आधार पर चार्ल्स का नियम

अणुगति सिद्धांत से निश्चित द्रव्यमान की गैस का दाब

$P = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{V}\right) v^2$

जहां V - गैस का आयतन, m - गैस के प्रत्येक कण का द्रव्यमान , n - गैस के अणुओं की संख्या तथा v - अणुओं का वर्ग माध्य मूल चाल है।

अत: $PV = \frac{1}{3} mn\, v^2$

$V = \frac{2}{3}\frac{n}{P} \times \frac{1}{2}\, mn\, v^2$ (2 से गुणा-भाग)

चूंकि गैस के एक अणु की गतिज ऊर्जा = $\frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{2}{3}kT$ होता है। तब

$V = \frac{2}{3}\frac{n}{P} \times \frac{3}{2}kT$

$V = \frac{nkT}{P}$

यदि गैस का दाब नियत हो तब एक निश्चित द्रव्यमान की गैस के लिए n भी नियत होगा। एवं k तो नियतांक ही है तब

$\boxed{V \propto T}$

यही चार्ल्स का नियम है।

आवोगाद्रो का नियम

इस नियम के अनुसार, समान ताप और दाब पर विभिन्न गैसों के निश्चित आयतन में अणुओं की संख्या समान होती है। इसे आवोगाद्रो का नियम (Avogadro's law) कहते हैं।
माना A और B दो गैसें हैं समान ताप और दाब पर इनका समान आयतन V है तो इन दोनों गैसों के अणुओं की संख्या भी समान n होगी।

आवोगाद्रो संख्या

किसी गैस के एक ग्राम मोल में अणुओं की संख्या को आवोगाद्रो संख्या कहते हैं। इसे N से प्रदर्शित करते हैं।

1 मोल कार्बन-12 में उपस्थित परमाणुओं की संख्या 6.022×10^{23} होती है। इस संख्या को ही आवोगाद्रो संख्या कहते हैं।

अतः आवोगाद्रो संख्या का मान 6.022×10^{23} अणु होता है।

ग्राहम बेल का विसरण नियम

इस नियम के अनुसार, निश्चित ताप और दाब पर किन्ही गैसों की विसरण की दर उनके घनत्व के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

माना दो गैसें हैं जिनके घनत्व ρ_1 व ρ_2 हैं। एवं इनकी वर्ग माध्य मूल चाल क्रमशः v_{1rms} व v_{2rms} हैं तो

$$\frac{v_{1rms}}{v_{2rms}} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}$$

यदि गैसों की विसरण दरें क्रमशः R_1 व R_2 हों तो

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_{1rms}}{v_{2rms}}$$

चूंकि वर्ग माध्य मूल चाल का अनुपात गैसों के अणुभार के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात्

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}}$$

जहां M_1 = पहली गैस का अणुभार

M_2 = दूसरी गैस के लिए अणुभार

R_1 = पहली गैस की विसरण दर

R_2 = दूसरी गैस की विसरण दर

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 333-334)

प्रश्न 1 ऑक्सीजन के अणुओं के आयतन और STP पर इनके द्वारा घेरे गए कुल आयतन का अनुपात ज्ञात कीजिए। ऑक्सीजन के एक अणु का व्यास 3Å लीजिए।

उत्तर- आवोगाद्रो की परिकल्पना के अनुसार STP पर गैस के 1 मोल द्वारा घेरा गया आयतन

V = 22.4 लीटर = 22.4 × 10^{-3} मी^{3} तथा 1 ग्राम मोल में अणुओं की संख्या = आवोगाद्रो संख्या

N = 6.02 × 10^{23}

ऑक्सीजन के एक अणु की त्रिज्या

$$r = \frac{\text{व्यास}}{2}$$

$$= \frac{3\text{Å}}{2} = 1.5 \times 10^{-10}\text{m}$$

$\therefore$ ऑक्सीजन के एक अणु का आयतन

$$= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{-10})\text{m}^3$$

$$= 10^{-3}\frac{(4 \times 3.143.375)}{3}\text{m}^3$$

$$= 14.13 \times 10^{-30}\text{m}$$

$$\therefore \text{N} = 6.02 \times 10^{23}$$

ऑक्सीजन अणुओ द्वारा घेरा गया आयतन

$\text{V} = \text{N} \times 1$ अणु का आयतन

अर्थात $\text{V} = 6.02 \times 10^{23} \times 14.23 \times 10^{-30}\text{m}^3$

$$= 8.506 \times 10^{-6}\text{m}^3$$

$$\frac{\text{V}}{\text{V}} = \frac{8.506 \times 10^{-3}\text{m}}{22.4\text{m}} = 3.8 \times 10^{-4}$$

$$= 4 \times 10^{-4}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

प्रश्न 2 मोलर आयतन, STP पर किसी गैस (आदर्श) के 1 मोल द्वारा घेरा गया आयतन है। (STP:1 atm दाब, 0°C ताप)। दर्शाइए कि यह 22.4 लीटर है।

उत्तर- S.T.P. का अर्थ P = 1 वायुमण्डलीय दाब = 1.013 × 105 न्यूटन-मीटर$^{-2}$

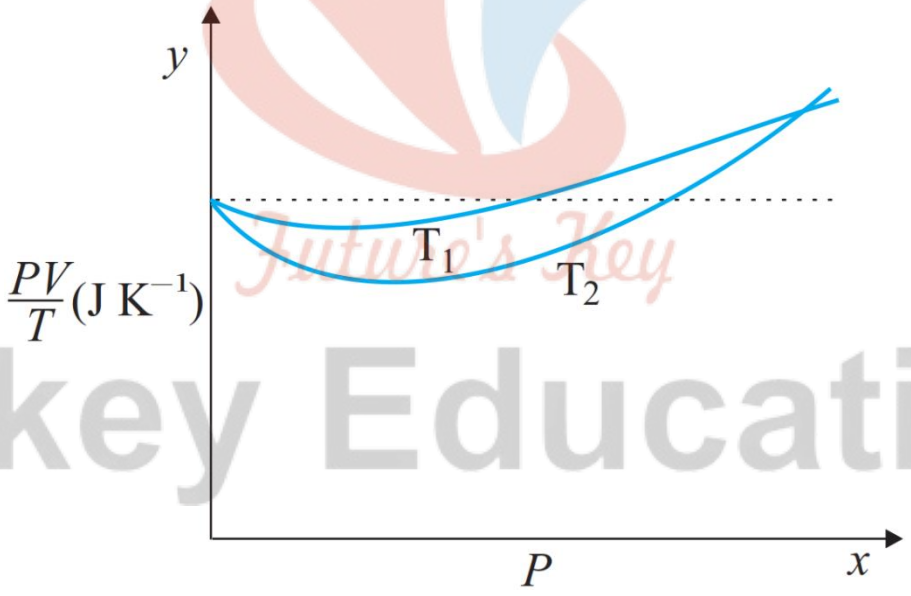
तथा T = 0 + 273 = 273K है तथा R = 8.31 जूल/ मोल-K

∴ (1 मोल के लिए) आदर्श गैस समीकरण PV = RT से

$$\therefore \quad \text{मोलर आयतन } V = \frac{RT}{P} = \frac{8.31 \text{ जूल/मोल-K} \times 273 \text{ K}}{1.013 \times 10^5 \text{ न्यूटन-मी}^2}$$

= 22.395 × 10-3 मी$^{-3}$ ≈ 22.4 लीटर

प्रश्न 3 चित्र में ऑक्सीजन के 100 × 10^{-3}kg द्रव्यमान के लिए PV/ T एवं P में, दो अलग-अलग तापों पर ग्राफ दर्शाए गए हैं।



i. बिन्दुकित रेखा क्या दर्शाती है?

ii. क्या संत्य है : $T_1 > T_2$ अथवा $T_1 < T_2$?

iii. y-अक्ष पर जहाँ वक्र मिलते हैं वहाँ $\frac{PV}{T}$ का मान क्या है?

iv. यदि हम ऐसे ही ग्राफ 100 × 10^{-3} kg हाइड्रोजन के लिए बनाएँ तो भी क्या उस बिन्दु पर जहाँ वक्र y-अक्ष से मिलते हैं $\frac{PV}{T}$ का मान यही होगा? यदि नहीं, तो हाइड्रोजन के कितने

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

द्रव्यमान के लिए $\frac{PV}{T}$ का मान (कम दाब और उच्च ताप के क्षेत्र के लिए वही होगा? H_2 का अणु द्रव्यमान = 2.02u, O_2 का अणु द्रव्यमान = 32.0u, R = 8.31J $mol^{-1}K^{-1}$)

उत्तर- बिन्दुकित रेखा यह दर्शाती है, कि राशि $\frac{PV}{T}$ नियत है। यह तथ्य केवल आदर्श गैस के लिए सत्य है; अतः बिन्दुकित रेखा आदर्श गैस का ग्राफ है।

हम देख सकते हैं कि ताप T_2 पर ग्राफ की तुलना में ताप T_1 पर गैस का ग्राफ आदर्श गैस के ग्राफ के अधिक समीप है अर्थात् ताप T_2 पर ऑक्सीजन गैस का आदर्श गैस के व्यवहार से विचलन अधिक है।

हम जानते हैं कि वास्तविक गैसें निम्न ताप पर आदर्श गैस के व्यवहार से अधिक विचलित होती है।

अतः $T_1 > T_2$

जिस बिन्दु पर ग्राफ y-अक्ष पर मिलते हैं ठीक उसी बिन्दु से आदर्श गैस का ग्राफ भी गुजरता है;

अतः इस बिन्दु पर ऑक्सीजन गैस, आदर्श गैस समीकरण का पालन करेगी।

अत: $PV = \mu RT$ से, $\frac{PV}{T}$

∵ गैस का द्रव्यमान m= 1.00 × 10^{-3} kg जबकि गैस का ग्राम अणुभार M = 32g

$$m = 32 \times 10^{-3} kg$$

$$\therefore \mu = \frac{m}{M} = \frac{1.00 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-3}} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{pv}{v} = \frac{1}{32} mol \times 8.31 j/mol\ k$$

$$0.26 j\ k^{-1}$$

इस बिन्दु पर गैस, आदर्श गैस समीकरण का पालन करेगी; अतः $\frac{PV}{T} = \mu R$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

परन्तु समान द्रव्यमान हाइड्रोजन गैस में ग्राम-अणुओं की संख्या भिन्न होगी; अत: हाइड्रोजन गैस के लिए $\frac{PV}{T}$ होगा।

परन्तु समान द्रव्यमान हाइड्रोजन गैस में ग्राम-अणुओं की संख्या भिन्न होगी; अत: हाइड्रोजन गैस के लिए $\frac{PV}{T}$ का मान भिन्न होगा।

H_2 गैस के लिए $\frac{PV}{T} = \mu R$ का वही मान प्राप्त करने के लिए हमें ग्राम-अणुओं की संख्या वही $\left(\mu = \frac{1}{32}\right)$

$\because$ हाइड्रोजन का ग्राम-अणु द्रव्यमान $M = 2.02g = 2.01 \times 10^{-3}kg$

$\therefore$ हाइड्रोजन का अभीष्ट द्रव्यमान $m = \mu M = \frac{1}{32} \times 2.02 \times 10^{-3}kg$

$= 6.3 \times 10^{-5}kg$

प्रश्न 4 एक ऑक्सीजन सिलिण्डर जिसका आयतन 30L है, में ऑक्सीजन का आरम्भिक दाब 15atm एवं ताप 27°c है। इसमें से कुछ गैस निकाल लेने के बाद प्रमापी (गेज) दाब गिरकर 11 atm एवं ताप गिरकर 17°C हो जाता है। ज्ञात कीजिए कि सिलिण्डर से ऑक्सीजन की कितनी मात्रा निकाली गई है? (R = 8.31 J $mol^{-1}K^{-1}$, ऑक्सीजन का अणु द्रव्यमान O_2 = 32u)

उत्तर-

μ ग्राम मोल के लिए आदर्श गैस समीकरण

$PV = \mu RT$ (जहाँ $\mu = \frac{m}{M}$)

अतः $PV = \left(\frac{m}{M}\right)RT$

(जहाँ m= ग्राम में द्रव्यमान, M = ग्राम में अणुभार)

$\therefore m = \frac{MPV}{RT}$

अतः प्रारम्भ में गैस को मात्रा

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$m_1 = \frac{MP_1V_1}{RT}$$

$$= \left[\frac{32(15\times1.013\times10^5)(30\times10^{-3}}{8{,}31\times(27+273)}\right] \text{ग्राम} = 585.8 \text{ ग्राम}$$

अन्त में गैसक मात्रा

$$m_2 = \frac{MP_2V_2}{RT_2}$$

$$= \left[\frac{32(11\times1.013\times10^5)(30\times10^{-3}}{8{,}31\times(17+273)}\right] \text{ग्राम} = 444.4 \text{ ग्राम}$$

$\therefore$ सिलिण्डर से ऑक्सीजन की निकली गयी मात्रा $m_1 - m_2$

$$= (585.8 - 444.4) \text{ ग्राम} = 141.4g$$

प्रश्न 5 वायु का एक बुलबुला, जिसका आयतन 1.0cm^3 है, 40m गहरी झील की तली से जहाँ ताप 12°C है, उठकर ऊपर पृष्ठ पर आता है जहाँ ताप 35°C है। अब इसका आयतन क्या होगा?

उत्तर- दिया है: बुलबुले का आयतन V_1 = 1.0cm^3 = 1.0 × 10^{-6}m^3

अन्तिम आयतन V_2 = ?

$$T_1 = 12 + 273 = 287 \text{ तथा } T_2 = 35 + 273 = 308K$$

जल का घनत्व $\rho = 1,0 \times 10^3 kg\ m^{-3}$

$$h = 40m, g = 10m\ s^{-2}$$

झील की तली में बुलबुले पर दाब $p_1 = h\rho g +$ वायुमाण्डलीय दाब

$$p_1 = 40m \times 1.0 \times 10^3 kg\ m^{-3} \times 10m\ s^{-2} + 1.01 \times 10^5 Nm^{-2}$$

$$4 \times 10^5 n\ m^{-2} + 1.01 \times 10^5 N\ m^{-2}$$

$$= 5.01 \times 10^5 N\ m^{-2}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जबकि झील के ऊपर पृष्ट पर दाब $p_2 = 1.01 \times 10^5 N\ m^{-2}$

$\therefore \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ से

$V_2 = \frac{P_1V_2T_2}{P_2T_1}$

$= \frac{5.01\times10^5 N\ m^{-2}\times10\times10^{-6}m^3\times308k}{1.01\times10^5 N\ m^{-2}\times285k}$

बुलबुले का आयतन $V_2 = 5.36^3$ हो जायेगा।

प्रश्न 6 एक कमरे में, जिसकी धारिता 25.0m3 है, 27°C ताप और 1atm दाब पर, वायु के कुल अणुओं (जिनमें नाइट्रोजन, ऑक्सीजन, जलवाष्प और अन्य सभी अवयवों के कण सम्मिलित हैं) की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया है: कमरे की धारिता V = 25.0m^3, ताप T = 27 + 273 = 300K,

दाब P = 1atm = 1.01 × 105N m^{-2}

कुल अणुओं की संख्या = ?

$PV = \mu R T$ से $\mu = \frac{PV}{RT} = \frac{1.01\times10^5 N\ m^{-2}\times25.0m^3}{8.31j\ mol\ k\times300k}$

$\mu = 1013$ ग्राम-अणु

$\because$ 1 ग्राम-अणु में $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ अणु होते है।

$\therefore$ कमरे में कुल अणुओ की संख्या $= N = \mu N_A = 1013 \times 6.02 \times 10^{23}$

$= 6.1 \times 10^{26}$ अणु

प्रश्न 7 हीलियम परमाणु की औसत तापीय ऊर्जा का आकलन कीजिए-

i. कमरे के ताप (27°C) पर।
ii. सूर्य के पृष्ठीय ताप (6000 K) पर।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

iii. 100 लाख केल्विन ताप (तारे के क्रोड का प्रारूपिक ताप) पर।

उत्तर- हीलियम एक परमाणु गैस है। अत: परमाणु की औसत तापीय ऊर्जा अणु की औसत तापीय ऊर्जा ही होगी। किसी गैस के एक अणु की औसत तापीय ऊर्जा (गतिज ऊर्जा) $\overline{E} = \frac{3}{2}K.T$ (जहाँ T = परमताप),

K = बोल्टजमैन नियतांक जिसका मान = 1.38×10^{-23} जल-केल्विन$^{-1}$

i. यहाँ $T = (27 + 273)K = 300K$

$\therefore$ औसत ऊर्जा $\overline{E} = \frac{3}{2}KT$

$= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}$ जुल $K^{-1} \times 300K$

$= 6.21 \times 10^{21}$ जुल

II. यहाँ $T = 6000k$

$\therefore$ औसत ऊर्जा $\overline{E} = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}$ जुल $K^{-1} \times 6000K$

$= 1.24 \times 10^{-16}$ जुल

iii. यहाँ T = 100 लाख $K = 100 \times 10^5 k = 10^7 K$

$\therefore$ औसत ऊर्जा $\overline{E} = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}$ जुल $K^{-1} \times 10^7 K$

$= 2.1 \times 10^{-17}$ जुल

प्रश्न 8 समान धारिता के तीन बर्तनों में एक ही ताप और दाब पर गैसे भरी हैं। पहले बर्तन में निऑन (एकपरमाणुक) गैस है, दूसरे में क्लोरीन (द्विपरमाणुक) गैस है और तीसरे में यूरेनियम हेक्साफ्लोराइड (बहुपरमाणुक) गैस है। क्या तीनों बर्तनों में गैसों के संगत अणुओं की संख्या समान है? क्या तीनों प्रकरणों में अणुओं की υrms (वर्ग-माध्य-मूल चाल) समान है?

उत्तर- हाँ, चूँकि आवोगाद्रो परिकल्पना के अनुसार समान परिस्थितियों में गैसों के समान आयतन में अणुओं की संख्या समान होती है।

नहीं,

$U_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ से $u_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$

तीनों गैसों के ग्राम-अणु भार अलग-अलग हैं; अतः अणुओं की वर्ग-माध्य-मूल चाल भी अलग-अलग होगी।

प्रश्न 9 किस ताप पर ऑर्गन गैस सिलिण्डर में अणुओं की u_{rms},-20°C पर हीलियम गैस परमाणुओं की u_{rms} के बराबर होगी? (Ar का परमाणु द्रव्यमान = 39.9u एवं हीलियम का परमाणु द्रव्यमान = 4.0u)

उत्तर-

- वर्ग माध्य मूल वेग $\mathbf{v_{rms}} = \sqrt{\left(\frac{3RT}{M}\right)}$

$\therefore (u_{rms})Ar = \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ae}}}$

तथा $(u_{rms})He = \sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}}$

परन्तु $(u_{rms})_{Ar} = (u_{rms})_{He}$

$\therefore \sqrt{\frac{3RT_{Ar}}{M_{Ar}}} = \sqrt{\frac{3RT_{He}}{M_{He}}}$

Fukey Education

$$\frac{T_{Ar}}{M_{Ar}} = \frac{T_{He}}{M_{He}}$$

$$T_{Ar} = \left(\frac{M_{Ar}}{M_{He}}\right) = t_{He}$$

परन्तु यहाँ $M_{Ar} = 39.9$ ग्राम, $M_{He} = 4.0$ ग्राम

$$T_{He} = (-20 + 273)K = 253K$$

$$\therefore T_{Ar} = \left(\frac{39.9}{4.0}\right) \times 253\times = 2.523 \times 10^3 K$$

प्रश्न 10 नाइट्रोजन गैस के एक सिलिण्डर में, 2.0 atm दाब एवं 17°C ताप पर, नाइट्रोजन अणुओं के माध्य मुक्त पथ एवं संघट्ट आवृत्ति का आकलन कीजिए। नाइट्रोजन अणु की त्रिज्या लगभग लीजिए। 1.0Å संघट्ट-काल की तुलना अणुओं द्वारा दो संघट्टों के बीच स्वतन्त्रतापूर्वक चलने में लगे समय से कीजिए। (नाइट्रोजन का आणविक द्रव्यमान = 28.0u)

उत्तर- P = 2.0, वायुमण्डलीय = $2 \times 1.013 \times 10^5 = 2.026 \times 10^5$ न्यूटन मीटर$^{-2}$,

T = 17°C = 17 + 273 = 290 K

1 मोल गैस के लिए, PV = RT

$$\therefore v = \frac{RT}{P} = \frac{8.31\times290}{2.026\times10^5} = 1.189 \times 10^{-2} \text{ मीटर}^{-3}$$

प्रति एकांक आयतन में अणुओ की संख्या $n = \frac{N}{V}$

$$= \frac{6.023\times10^{23}}{1.189\times10^{-2}} = 5.0 \times 10^{25} \text{ मीटर}^{-3}$$

मध्य मुक्त पथ $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2r)^2 n}$

$$= \frac{1}{1.414\times3.14\times(2.0\times10^{-10})^2\times5.0\times10}$$

$$= 1.0 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$u_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{3\times8.31\times290}{28\times10^{-3}}} = 5.1 \times 10^{9} \text{ मीटर/सेकण्ड}^{-1}$$

संघट्ट आवृत्ति

$$v = \frac{u_{rms}}{\lambda} = \frac{5.1\times10^{2}}{1.0\times10^{-3}} = 5.1 \times 10^{9} \text{ सेकण्ड}^{-1}$$

संघट्ट काल

$$\frac{d}{u_{rms}} = \frac{2.0\times10^{-10}}{5.0\times10^{2}} = 4 \times 10^{-13} \text{ सेकण्ड}$$

दो क्रमागत संघट्टों के बिच लगा समय

$$\frac{\lambda}{u_{rms}} = \frac{1.0\times10^{-7}}{5.1\times10^{2}}$$

$$= 2 \times 10^{-10} \text{ सेकण्ड}$$

प्रश्न 11 मीटर लम्बी संकरी (और एक सिरे पर बन्द) नली क्षैतिज रखी गई है। इसमें 76 सेमी लम्बाई भरा पारद सूत्र, वायु के 15 सेमी स्तम्भ को नली में रोककर रखता है। क्या होगा यदि खुला सिरा नीचे की ओर रखते हुए नली को ऊर्ध्वाधर कर दिया जाए?

उत्तर- प्रारम्भ में जब नली क्षैतिज है, तब बन्द सिरे पर रोकी गई वायु का दाब वायुमण्डलीय दाब के बराबर होगा क्योंकि यह वायु, वायुमण्डलीय दाब के विरुद्ध पारे के स्तम्भ को पीछे हटने से रोकती है।

∴ P_1 = वायुमण्डलीय दाब

= 76 सेमी पारद स्तम्भ का दाब

यदि नली का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A सेमी^{2} है तो वायु का आयतन V_1 = 15 सेमी × A सेमी^{2} = 15A सेमी^{3}।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

जब नली का खुला सिरा नीचे की ओर रखते हुए ऊध्र्वाधर करते हैं तो खुले सिरे पर बाहर की ओर से वायुमण्डलीय दाब (76 सेमी पारद स्तम्भ का दाब) काम करता है जब कि ऊपर की ओर से 76 सेमी पारद सूत्र का दाब तथा बन्द सिरे पर एकत्र वायु की दाब काम करते हैं। चूँकि खुले सिरे पर पारद स्तम्भ + वायु का दाब अधिक है अतः पारद स्तम्भ सन्तुलन में नहीं रह पाता और नीचे गिरते हुए, वायु को बाहर निकाल देता है।

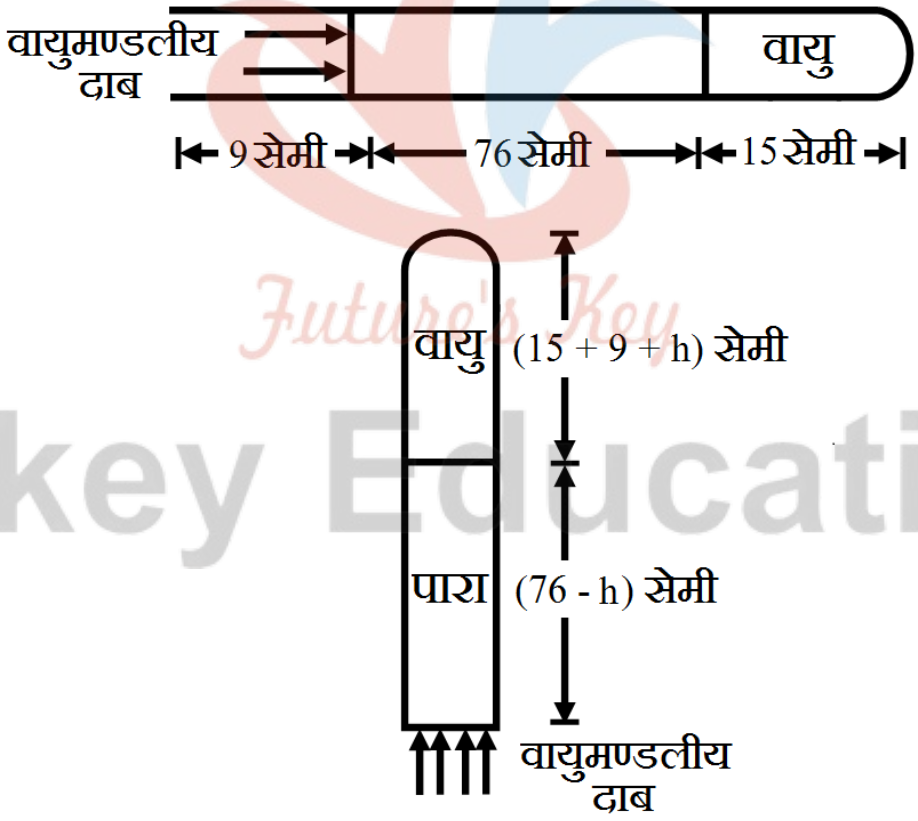
माना पारद स्तम्भ की h लम्बाई नली से बाहर निकल जाती है।

तब, पारद स्तम्भ की शेष ऊँचाई = (76 – h)

सेमी जबकि बन्द सिरे पर वायु स्तम्भ की लम्बाई = (15 + 9 + h) सेमी

= (24 + h) सेमी

वायु का आयतन V_2 = (24 + h) A सेमी^{3}



माना अब इस वायु का दाब p_2 है तो सन्तुलन की स्तिथि में p_2 +(76 - h) सेमी पारद स्तम्भ का दाब = वायुमण्डल दाब

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

= 76 सेमी पारद स्तम्भ का दाब

अतः p_2 = h सेमी पारद स्तम्भ का दाब

$P_1V_1 = P_2V_2$ [∵ ताप नियत रहता है।]

76 सेमी × 15A सेमी^{3} = h सेमी × (24 × h) सेमी^{3}

1140 = 24h - 1140 = 0

$h^2 + 24h - 1140 = 0$

$$h = \left[\frac{-24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4 \times 1 \times (-1140)}}{2 \times 1}\right] \text{सेमी}$$

$$= \left(\frac{-24 \pm 71.67}{2}\right) \text{सेमी}$$

अतः h = 23.8 सेमी अथवा - 47.8 सेमी (जो अनुमान्य है।)

इसलिए h = 23.8 सेमी ≈ 24 सेमी ।

अतः लगभग 24 सेमी पारा बाहर निकल जायेगा। शेष पारे का 52 सेमी ऊँचा स्तम्भ तथा 4.8 सेमी वायु स्तम्भ इसमें जुड़कर बाह्य वायुमण्डल के साथ संतुलन में रहते हैं। (यहाँ पूरे प्रयोग की अवधि में ताप को नियत माना गया है तब ही बॉयल के नियम का प्रयोग किया है।)

प्रश्न 12 किसी उपकरण से हाइड्रोजन गैस 28.7cm3s^{-1} से की दर से विसरित हो रही है। उन्हींस्थितियों में कोई दूसरी गैस 7.2 सेमी3/से की दर से विसरित होती है। इस दूसरी गैस को पहचानिए।

[संकेत-ग्राहम के विसरण नियम $\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{\frac{1}{2}}$ का उपयोग कीजिए, यहाँ R_1, R_2 क्रमशः गैसों की विसरण दर तथा M_1 एवं M_2 उनके आणविक द्रव्यमान हैं। यह नियम अणुगति सिद्धान्त का एक सरल परिणाम है।]

उत्तर- किसी गैस के विसरण की दर । गैस अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग के अनुक्रमानुपाती होती है अर्थात्

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$r \propto u_{rms}$ परन्तु $u_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ (जहाँ M = गैस का अणुभार)

अतः $r \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{M_2}{M_2}}$$

$$\Rightarrow M_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \times M_1$$

यहाँ H_2 के लिए r_1 = 28.7 सेमी/ से. तथा M_1 = 2

दूसरी गैस के लिए r_2 = 7.2 सेमी/ से. तथा M_2 = ?

$$\therefore M_2 = \left(\frac{28.7}{7.2}\right)^2 \times 2 \approx 32$$

अतः दूसरी गैस ऑक्सीजन है। (चूंकि ऑक्सीजन का अणुभार 32 होता है।)

प्रश्न 13 साम्यावस्था में किसी गैस का घनत्व और दाब अपने सम्पूर्ण आयतन में एकसमान हैं। यह पूर्णतया सत्य केवल तभी है जब कोई भी बाह्य प्रभाव न हो। उदाहरण के लिए गुरुत्व से प्रभावित किसी गैस स्तम्भ का घनत्व (और दाब) एकसमान नहीं होता है। जैसा कि आप आशा करेंगे इसका घनत्व ऊँचाई के साथ घटता है। परिशुद्ध निर्भरता 'वातावरण के नियम $n_2 = n_{1exp}\left[\frac{m\,g}{k_{BT}}(h_2 - h_1)\right]$ से दी जाती है, यहाँ n2, n1 क्रमशः h2 व h1 ऊँचाइयों पर संख्यात्मक घनत्व को प्रदर्शित करते हैं। इस सम्बन्ध का उपयोग द्रव-स्तम्भ में निलम्बित किसी कण के अवसादने साम्य के लिए समीकरण $n_2 = n_{1exp}\left[\frac{m\,g\,N_A}{\rho RT}(\rho - \rho)(h_2 - h_1)\right]$ को व्युत्पन्न करने के लिए कीजिए, यहाँ ρ निलम्बित कण का घनत्व तथा ρ' चारों तरफ के माध्यम का घनत्व है। NA आवोगाद्रो संख्या तथा R सार्वत्रिक गैस नियतांक है।

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

(संकेतः निलम्बित कण के आभासी भार को जानने के लिए आर्किमिडीज के सिद्धान्त का उपयोग कीजिए)

उत्तर- वातावरण के नियम के अनुसार,

$$n_2 = n_{1\,exp}\left[\frac{m\,g}{k_{BT}}(h_2 - h_1)\right] \ldots . (1)$$

जबकि m द्रव्यमान का कण वायु में साम्यावस्था में तैर रहा है। यदि कण ρ' वाले किसी द्रव में छोड़ा गया है तो इस कण पर द्रव के कारण उत्क्षेप भी कार्य करेगा। ऐसी स्थिति में हमें उक्त सूत्र में mg के स्थान पर कण का आभासी भार रखना होगा।

माना कण का आयतन V तथा घनत्व ρ है तब ।

कण का आभासी भार = mg – उत्क्षेप

$$= V\rho\,g - V\rho\,g$$

$$= V_g(\rho - \rho) = V\,g\,\rho\left(1 - \frac{\rho}{\rho}\right)$$

$$= m\,g\left(1 - \frac{\rho}{\rho}\right) = \frac{m\,g(\rho - \rho)}{\rho}$$

समीकरण (1) में Mg के स्थान पर $\frac{m\,g(\rho-\rho)}{\rho}$ तथा K_B क्र स्थान पर $\frac{R}{N_A}$ रखने पर

$$n_2 = n_1 \exp\left[-\frac{m\,g\,N_A}{\rho\,R\,T}(\rho - \rho)(h_2 - h_1)\right]$$

प्रश्न 14 नीचे कुछ ठोसों व द्रवों के घनत्व दिए गए हैं। उनके परमाणुओं की आमापों का आकलन (लगभग) कीजिए।

पदार्थ	परमाणु द्रव्यमान (u)	घनत्व (10^3 kg m^{-3})
कार्बन (हीरा)	12.01	2.22
गोल्ड	197.00	19.32
नाइट्रोजन (द्रव)	14.01	1.00

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

लिथियम	6.94	0.53
फ्लुओरीन (द्रव)	19.00	1.14

[संकेतः मान लीजिए कि परमाणु ठोस अथवा द्रव प्रावस्था में दृढ़ता से बँधे हैं, तथा आवोगाद्रो संख्या के ज्ञात मान का उपयोग कीजिए। फिर भी आपको विभिन्न परमाणवीय आकारों के लिए अपने द्वारा प्राप्त वास्तविक संख्याओं का बिल्कुल अक्षरशः प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि दृढ़ संवेष्टन सन्निकटन की रूक्षता के परमाणवीय आकार कुछ $\mathring{A}$ के पास में हैं]

उत्तर- यदि परमाणु की त्रिज्या r है तो प्रत्येक परमाणु का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^2$

$\therefore$ एक परमाणु का द्रव्यमान $m = \frac{4}{3}\pi r^3$

(जहाँ ρ = घनत्व) .....(1)

यदि पदार्थ का परमाणु द्रव्यमान M ग्राम हो तो

इसमें परमाणुओ की संख्या = आवोगाद्रो संख्या

$N = 6.02 \times 10^{23}$

$\therefore$ एक परमाणु का द्रव्यमान $m\left(\frac{M}{N}\right)$ ग्राम

अतः समीकरण (1) व् समीकरण (2) से

$\because \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = \frac{M}{N}$

$\Rightarrow r = \left[\frac{3M}{4\pi\rho N}\right]^{\frac{1}{3}}$

कार्बन के लिए $M = 12.01g = 12.01 \times 10^{-3}kg$

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com

$$\rho = 2.22 \times 10^3 \text{kg m}^{-3}$$

$$\therefore \text{r} = \left[\frac{3 \times 12.01 \times 10^{-3}}{4 \times 3.14 \times 2.22 \times 10^3 \times 6.023 \times 10^{23}}\right]^{\frac{1}{3}} \text{m}$$

$$= 1.29 \times 10^{-10} \text{m} = 1.29 \text{Å}$$

इसी प्रकार अन्य पदार्थो के लिए गणना करने पर

गोल्ड के लिए $\text{r} = 1.59 \text{Å}$ द्रव नाइट्रोजन के लिए $\text{r} = 1.77 \text{Å}$ लीथियम के लिए $\text{r} = 1.73 \text{ Å}$ द्रव फ्लुओरीन के लिए $\text{r} = 1.88 \text{Å}$

Fukey Education

Website - www.fukeyeducation.com, Email :- fukeyeducation@gmail.com