भौतिकी

अध्याय-1: मात्रक और मापन

मात्रक और मापन

वह प्रक्रिया जिसमें हम यह ज्ञात करते हैं कि कोई दी हुई राशि किसी मानक राशि का कितने गुना है इस प्रक्रिया को मापन कहते हैं। एवं मानक राशि को उस मापन का मात्रक कहते हैं। जैसे- लंबाई एक मापन है जिसका मात्रक मीटर होता है अर्थात् लंबाई को मीटर में मापा जाता है।

मापन संबंधी कुछ परिभाषाएं

1. मानक लंबाई

इसकी परिभाषा ऐसे दी जा सकती है कि " एक मानक मीटर वह लंबाई है जो फ्रांस देश की राजधानी पेरिस में रखी हुई प्लेटिनम-इरीडियम (मात्रा 90% प्लैटिनम तथा 10% इरीडियम) मिश्रधातु की छड़ पर बने दो चिन्हों के बीच की दूरी है जबकि छड़ का ताप 0° सेंटीग्रेड है। "

2. मानक द्रव्यमान

वह द्रव्यमान जो पेरिस में रखी हुई प्लेटिनम-इरीडियम (90%, 10%) मिश्रधातु के एक विशेष भाग (टुकड़े) को एक किलोग्राम मापा गया है आईएस प्रणाली में द्रव्यमान का मात्रक 'किलोग्राम' माना गया है।
आई०एस० प्रणाली में द्रव्यमान का मात्रक किलोग्राम होता है परमाणवीय स्केल पर 1 किलोग्राम, कार्बन-12 ($_6C^{12}$) के 5.0188 × 10^{25} परमाणुओं के द्रव्यमान के बराबर होता है।

3. मानक सेकंड

1 सेकंड बहुत समय अंतराल है जिसमें परमाणु घड़ी में सीजियम-133 ($_{55}Cs^{135}$) परमाणु 9,192,631,770 बार कंपन करता है।

मात्रक और मापन महत्वपूर्ण बिंदु

- कार्य का मात्रक जूल के अतिरिक्त न्यूटन-मीटर भी होता है।
- जूल का मान मूल मात्रकों के पदों में किग्रा-मीटर^2/सेकंड^2 होता है।
- एक माइक्रोन में 10^{-6} मीटर होते हैं।
- एक एंग्सट्राॅम में 10^{10} मीटर होते हैं।
- एंपियर विद्युत धारा का एस० आई० मात्रक होता है।
- एस० आई० पद्धति में मूल मात्रकों की संख्या सात होती है।
- त्वरण का एस० आई० मात्रक मीटर/सेकंड^2 होता है।
- बल एक सदिश राशि है जबकि कार्य एक अदिश राशि है।
- विस्थापन एक सदिश राशि है जबकि दूरी एक अदिश राशि है।

- आवृत्ति की इकाई हर्ट्ज होती है।
- लेंस की क्षमता का मात्रक डाइऑप्टर होता है।

मापन

किसी भौतिक राशि की माप ज्ञात करने के लिए उस भौतिक राशि के एक निश्चित परिमाण (हिस्से) को मानक मान लेते हैं। तथा इस मानक को व्यक्त करने के लिए एक नाम दे देते हैं जिसे मात्रक कहते हैं। तथा इस पूरी प्रक्रिया को मापन कहते हैं।
उदाहरण - मान लिजिए आपके पास एक बड़ा सा पत्थर है, और आपको उसका भार ज्ञात करना है तो आप कैसे करेंगे। पत्थर के एक छोटे से टुकड़े को मानक मान लेंगे और उस छोटे से टुकड़े को एक नाम दे देंगे जैसे 100 ग्राम। तो अब इस टुकड़े से पूरे पत्थर का भार हम ज्ञात कर सकते हैं।

”किसी दी गई भौतिक राशि को उसके मात्रक से तुलना करने को ही मापन कहते हैं।“

मूल राशियां एवं मूल मात्रक

”कुछ भौतिक राशियां स्वतंत्र होती हैं इनको किसी दूसरी राशि के पदों में व्यक्त नहीं किया जा सकता, ऐसी राशियों को मूल राशियां कहते हैं एवं इन मूल राशियों के मात्रक को मूल मात्रक कहते हैं।”
अन्य राशियों जैसे - क्षेत्रफल, वेग, चाल, घनत्व, बल, कार्य आदि मूल राशियों की सहायता से ही व्यक्त की जाती हैं।
यांत्रिकी में लंबाई, समय और द्रव्यमान यह तीन ऐसी राशियां हैं जिनसे यांत्रिकी संबंधित सभी भौतिक राशियों को व्यक्त किया जा सकता है।

विभिन्न भौतिक राशियों को देखने से ऐसा लगता है कि इन सभी राशियों को मापने के लिए इतनी ही मात्रकों की जरूरत होगी। परंतु मापन की जाने वाली राशियों की संख्या काफी अधिक है इस कारण इनके मात्रकों की संख्या भी बहुत अधिक हो जाएगी जिसे याद करना भी असंभव हो जाएगा।
हम यह तो जानते ही हैं कि अनेक राशियां परस्पर एक दूसरे से संबंधित हैं।

जैसे - (1) चाल, दूरी तथा समय से संबंधित है। तो इसकी मापन के लिए हमें नए मात्रक की जरूरत नहीं होगी, इसे दूरी (मीटर) तथा समय (सेकंड) के पदो में ही व्यक्त किया जा सकता है।

चाल = दूरी/समय

या चाल = मीटर/सेकंड

(2) घनत्व को भी द्रव्यमान एवं लंबाई के पदों में माप सकते हैं इसके लिए भी नए मात्रक की आवश्यकता नहीं होती है।

भौतिकी में सात मूल राशियां हैं -

(1) लंबाई

(2) द्रव्यमान

(3) समय

(4) विद्युत धारा

(5) ताप

(6) ज्योति तीव्रता

(7) पदार्थ की मात्रा

मापन की पद्धति

1. C.G.S. पद्धति – सेंटीमीटर-ग्राम-सेकंड

इस पद्धति में लंबाई को सेंटीमीटर में द्रव्यमान को ग्राम में एवं समय को सेकंड में व्यक्त किया जाता है।

जैसे - चाल का C.G.S. पद्धति में मात्रक सेमी/सेकंड होता है।

2. M.K.S. पद्धति – मीटर-किलोग्राम-सेकंड

इस पद्धति में लंबाई को मीटर में द्रव्यमान को किलोग्राम में एवं समय को सेकंड में व्यक्त किया जाता है।
जैसे - चाल का M.K.S. पद्धति में मात्रक मीटर/सेकंड होता है।

3. F.P.S. पद्धति – फुट-पौण्ड-सेकंड

इस पद्धति में लंबाई को फुट में द्रव्यमान को पौण्ड में एवं समय को सेकंड में व्यक्त किया जाता है। यह ब्रिटिश प्रणाली से भी जानी जाती है।

S.I. पद्धति – इंटरनेशनल सिस्टम

यह मापन की पद्धति अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर मान्य है यह पद्धति सन 1967 के नापतोल के महासम्मेलन के बाद प्रकाश में आई, तब से ही यह पद्धति अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर मान्य हो गई। इस पद्धति में सात मूल मात्रक एवं दो पूरक मात्रकों को शामिल किया गया है।

मूल राशियां एवं उनके भौतिक मात्रक और संकेत

क्रम संख्या	मूल राशियां	भौतिक मात्रक	संकेत (प्रतीक)
1	लंबाई	मीटर	m
2	द्रव्यमान	किलोग्राम	kg
3	समय	सेकंड	s
4	विद्युत धारा	एंपियर	A
5	ताप	केल्विन	T
6	पदार्थ की मात्रा	मोल	mol
7	ज्योति तीव्रता	कैंडेला	cd

पूरक राशियां एवं उनके भौतिक मात्रक और संकेत

क्रम संख्या	पूरक राशियां	मात्रक	संकेत (प्रतीक)
1	कोण	रेडियन	rad
2	घनकोण	स्टेडियम	sr

व्युत्पन्न राशियां

वह सभी भौतिक राशियां जिनको मूल राशियों की सहायता से उत्पन्न किया जाता है उन राशियों को व्युत्पन्न राशियां कहते हैं। एवं इनके मात्रक व्युत्पन्न मात्रक कहते हैं। जैसे - 'चाल' यह एक व्युत्पन्न राशि है चूंकि इसको मूल राशि लंबाई और सेकंड की सहायता से उत्पन्न किया जाता है। इसका मात्रक मीटर/सेकंड भी व्युत्पन्न मात्रक है।

त्रुटि

किसी भी भौतिक राशि की माप पूर्णतया शुद्ध नहीं होती है। भौतिक राशि की वास्तविक माप तथा किसी यंत्र द्वारा मापी गई माप में जो अंतर पाया जाता है उसे ही त्रुटि कहते हैं। त्रुटि सदैव प्रतिशत में व्यक्त की जाती है।

त्रुटि के प्रकार

सामान्य रूप से त्रुटि दो प्रकार की होती है।

(i) क्रमबद्ध त्रुटि (systematic error)

(i) यादृच्छिक त्रुटि (random error)

1. क्रमबद्ध त्रुटि

वे त्रुटि जो किसी एक दिशा, धनात्मक या ऋणात्मक में प्रवृत्त होती रहती हैं। क्रमबद्ध त्रुटि कहलाती हैं। यह त्रुटियां किसी प्रयोग में नियमित रूप से प्राप्त होती हैं। जैसे - वर्नियर कैलिपर्स की शून्यांक त्रुटि।

2. यादृच्छिक त्रुटि

किसी मापन में अनियमित रूप से उत्पन्न होने वाली त्रुटि को यादृच्छिक त्रुटि कहते हैं। चूंकि इस प्रकार की त्रुटि में स्रोत का ज्ञान नहीं होता है इसलिए इसे आकस्मिक त्रुटि भी कहते हैं। यह त्रुटि प्रायोगिक अवस्थाओं (जैसे ताप दाब आदि) में होने वाले परिवर्तनों के कारण तथा पाठ्यांक के समय प्रेक्षक द्वारा की गई व्यक्तिगत त्रुटि के कारण उत्पन्न होती हैं। यादृच्छिक त्रुटि को कम करने के लिए एक ही प्रेक्षक को बार-बार दोहराया जाता है।

निरपेक्ष त्रुटि

किसी मापी गई राशि के वास्तविक मान तथा उसके प्रेक्षित मान के बीच अंतर को उस भौतिक राशि की निरपेक्ष त्रुटि कहते हैं। इसे Δa द्वारा दर्शाया जाता है निरपेक्ष त्रुटि सदैव धनात्मक (positive) ली जाती है।

भिन्नात्मक त्रुटि

किसी भौतिक राशि की निरपेक्ष त्रुटि तथा उसके वास्तविक मान के अनुपात को उस भौतिक राशि की भिन्नात्मक त्रुटि कहते हैं।

$$\text{भिन्नात्मक त्रुटि} = \frac{\text{निरपेक्ष त्रुटि}}{\text{वास्तविक मान}} \Rightarrow \frac{\Delta a}{a}$$

प्रतिशत त्रुटि

भिन्नात्मक त्रुटि को प्रतिशत त्रुटि में व्यक्त करने के लिए इसमें 100 से गुणा करते हैं तब प्राप्त मान को प्रतिशत त्रुटि कहते हैं।

प्रतिशत त्रुटि = भिन्नात्मक त्रुटि × 100

$$\text{प्रतिशत त्रुटि} = \frac{\Delta a}{a} \times 100$$

प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि

जब किसी प्रयोग में किसी राशि का मान गलत प्राप्त होता है तो इसे प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि कहते हैं।

$$\text{प्रायोगिक प्रतिशत त्रुटि} = \frac{(\text{प्रमाणिकमान} - \text{प्रयोगिक,मान})}{\text{प्रमाणिक मान}} \times 100$$

त्रुटि संबंधित प्रश्न

1. एक वृत्त की त्रिज्या मापने में 3% की त्रुटि होती है तो वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि कितनी होगी।

हल- वृत्त का क्षेत्रफल (वास्तविक मान) A = πr^2

भिन्नात्मक त्रुटि = $2\frac{\Delta r}{r}$

चूंकि π एक नियतांक राशि है इसलिए यह नहीं ली जाती है

क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि = $2\left(\frac{\Delta r}{r} \times 100\right)$

क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि = 2 × 3

क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि = 6%

अतः वृत्त के क्षेत्रफल में प्रतिशत त्रुटि 6% है।

2. कोई भौतिक राशि P तीन राशियों x, y तथा z से इस प्रकार संबंधित है।

$$P = \frac{x^2y^3}{z}$$

x, y, z में 1%, 2%, 3% की त्रुटियां हैं तब P में प्रतिशत त्रुटि ज्ञात कीजिए।

हल- $P = \frac{x^2y^3}{z}$ या $P = x^2y^3z^{-1}$

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\frac{\Delta x}{x} + 3\frac{\Delta y}{y} - \frac{\Delta z}{z}$$

$$\left|\frac{\Delta P}{P} \times 100\right| = 2\left|\frac{\Delta x}{x} \times 100\right| + 3\left|\frac{\Delta y}{y} \times 100\right| - \left|\frac{\Delta z}{z} \times 100\right|$$

$$\left|\frac{\Delta P}{P} \times 100\right| = 2 \times 1 + 3 \times 2 + 3$$

$$\left|\frac{\Delta P}{P} \times 100\right| = 11\%$$ **Ans.**

विमा

मूल मात्रकों पर लगने वाली घातों को विमा (dimension) कहते हैं।

विमीय सूत्र

यदि किसी भौतिक राशि की विमायें द्रव्यमान में a, लंबाई में b, समय में c, तथा ताप में d है। तो उनका विमीय सूत्र निम्न होगा।
$[M^aL^bT^c\theta^d]$
इस सूत्र को उपयुक्त भौतिक राशि का विमीय सूत्र (dimension formula) कहते हैं। विमीय सूत्र को बड़ी कोष्टक [ ] के बीच में लिखा जाता है।

विमीय सूत्र ज्ञात करना

किसी भी भौतिक राशि का विमीय सूत्र ज्ञात करने के लिए सबसे पहले उस राशि को उसके मात्रकों में तोड़ लेते हैं एवं फिर उन मात्रकों को मीटर, द्रव्यमान, समय तथा ताप के पदों में व्यक्त करते हैं उसके बाद उस भौतिक राशि का विमीय सूत्र बनकर तैयार हो जाता है।
जैसे - कार्य का विमीय सूत्र –
कार्य = बल × विस्थापन
अब इसे मीटर, द्रव्यमान, समय में बाटेंगे
कार्य = द्रव्यमान × त्वरण × विस्थापन
चूंकि विस्थापन भी लंबाई ही होती है तो
कार्य = द्रव्यमान × मीटर/सेकंड^2 × मीटर
कार्य = द्रव्यमान × मीटर^2/सेकंड^2
कार्य = द्रव्यमान × मीटर^2 × सेकंड$^{-2}$
कार्य = $[ML^2T^{-2}]$ अतः कार्य का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$ होता है।
यह विधि विमीय सूत्र ज्ञात करने की सबसे आसान विधि है लेकिन आपको इसके लिए सभी सूत्र याद होने चाहिए।

ध्यान दें.. क्षेत्रफल का विमीय सूत्र $[L^2]$ होता है इसे $[M^0L^2T^0]$ भी लिखा जा सकता है। चूंकि $1^0 = 1$ ही होता है।

विभिन्न भौतिक राशियां एवं उनके विमीय सूत्र

क्रम संख्या	भौतिक राशि	सूत्र	विमीय सूत्र
1	क्षेत्रफल	लंबाई × चौड़ाई	$[L^2]$ या $[M^0L^2T^0]$
2	आयतन	लंबाई × चौड़ाई × ऊंचाई	$[L^3]$ या $[M^0L^3T^0]$
3	वेग या चाल	दूरी/समय	$[LT^{-1}]$
4	त्वरण	वेग-परिवर्तन/समय	$[LT^{-2}]$
5	घनत्व	द्रव्यमान/आयतन	$[ML^{-3}]$
6	बल या तनाव	द्रव्यमान × त्वरण	$[MLT^{-2}]$
7	कार्य या गतिज ऊर्जा	बल × विस्थापन	$[ML^2T^{-2}]$
8	शक्ति	कार्य/समय	$[ML^2T^{-3}]$
9	संवेग	द्रव्यमान × वेग	$[MLT^{-1}]$
10	स्थितिज ऊर्जा	द्रव्यमान × त्वरण × दूरी	$[ML^2T^{-2}]$
11	आवेग	बल × समय	$[MLT^{-1}]$
12	दाब	बल/क्षेत्रफल	$[ML^{-1}T^{-2}]$
13	पृष्ठ तनाव	बल/लंबाई	$[MT^{-2}]$
14	बल नियतांक	बल/लंबाई में परिवर्तन	$[MT^{-2}]$
15	बल आघूर्ण	बल × लंबवत् दूरी	$[ML^2T^{-2}]$
16	प्रतिबल	बल/क्षेत्रफल	$[ML^{-1}T^{-2}]$
17	विकृति	लंबाई में वृद्धि/प्रारंभिक लंबाई	विमाहीन

18	प्रत्यास्थता गुणांक	प्रतिबल/विकृति	$[ML^{-1}T^{-2}]$
19	गुरुत्वाकर्षण नियतांक	बल × दूरी^{2}/द्रव्यमान^2	$[M^{-1}L^3T^{-2}]$
20	जड़त्व आघूर्ण	द्रव्यमान × दूरी^{2}	$[ML^2]$
21	कोणीय वेग	कोण/समय	$[T^{-1}]$
22	कोणीय संवेग	जड़त्व आघूर्ण × कोणीय वेग	$[ML^2T^{-1}]$
23	कोणीय त्वरण	कोणीय वेग/समय	$[T^{-2}]$
24	विशिष्ट ऊष्मा	उष्मीय ऊर्जा/द्रव्यमान × ताप वृद्धि	$[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$
25	गुप्त ऊष्मा	ऊष्मीय ऊर्जा/द्रव्यमान	$[L^2T^{-2}]$
26	वोल्ट्समान नियतांक	गतिज ऊर्जा/ताप	$[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$
27	गैस नियतांक	दाब × आयतन/ताप	$[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$
28	ऊष्मा धारिता	द्रव्यमान × विशिष्ट ऊष्मा	$[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$
29	प्लांक नियतांक	ऊर्जा/आवृत्ति	$[ML^2T^{-1}]$
30	वेग प्रवणता	वेग-परिवर्तन/दूरी	$[T^{-1}]$
31	श्यानता गुणांक	बल/क्षेत्रफल × वेग प्रवणता	$[ML^{-1}T^{-1}]$
32	आवृत्ति	1/आवर्तकाल	$[T^{-1}]$
33	घूर्णन	त्रिज्या दूरी	$[L]$
34	गुरुत्वीय विभव	कार्य/द्रव्यमान	$[L^2T^{-2}]$
35	स्प्रिंग बल नियतांक	बल/लंबाई में वृद्धि	$[MT^{-2}]$
36	चुंबकीय फ्लक्स	न्यूटन-मीटर/एंपियर	$[ML^2T^{-2}A^{-1}]$

37	चुंबकीय क्षेत्र की तीव्रता	न्यूटन/एंपियर-मीटर	$[MT^{-2}A^{-1}]$

विमाओं के उपयोग

विमाओं के उपयोग से साधारणतः तीन रूपों में होता है।

1. एक पद्धति के मात्रकों को दूसरी पद्धति के मात्रकों में बदलना -

इसके अंतर्गत एक प्रकार के मात्रकों को किसी दूसरे प्रकार के मात्रकों में बदलते हैं। माना किसी भौतिक राशि Y के आंकिक मान दो पद्धतियों n_1 व n_2 में हों तथा इनके मात्रक u_1 व u_2 हैं तब

$Y = n_1u_1 = n_2u_2$

यदि विमायें द्रव्यमान में a, लंबाई में b, समय में c हैं तो

पहली पद्धति के लिए $Y = n_1[M_1^aL_1^bT_1^c]$

दूसरी पद्धति के लिए $Y = n_2[M_2^aL_2^bT_2^c]$

अतः $n_1[M_1^aL_1^bT_1c] = n_2[M_2^aL_2^bT_2^c]$

$$\boxed{n_2 = n_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^a\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^b\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^c}$$

अध्याय से संबंधित आंकिक (numerical) प्रश्न -

प्रशन- 1 जूल को अर्ग में परिवर्तित कीजिए?

हल - चूंकि कार्य का MKS पद्धति में मात्रक जूल तथा CGS पद्धति में अर्ग होता है तथा कार्य का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}]$

माना MKS पद्धति के लिए M_1, L_1 व T_1 क्रमशः किग्रा, मीटर व सेकंड को तथा CGS पद्धति के लिए M_2, L_2 व T_2 क्रमशः ग्राम, सेमी व सेकंड को दर्शाता है। तब इसके आंकिक मान n_1 व n_2 होंगे। तो

n_2 = ? तथा n_1 = 1 (जूल का मान)

सूत्र $n_2 = n_1 \left[\frac{M_1}{M_2}\right]\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^2\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^2$

यह घातें कार्य के विमीय सूत्र से आई हैं

$n_2 = 1 \left[\frac{\text{किग्रा}}{\text{ग्राम}}\right]\left[\frac{\text{मीटर}}{\text{सेमी}}\right]^2\left[\frac{\text{सेकंड}}{\text{सेकंड}}\right]^2$

$n_2 = \left[\frac{1000\text{ग्राम}}{1\text{ग्राम}}\right]\left[\frac{100\text{सेमी}}{1\text{सेमी}}\right]^2[1]^2$

$n_2 = 1000 \times (100 \times 100) \times 1$

$n_2 = 10^7$ अर्ग

अर्थात् 1 जूल = 10^7 अर्ग

2. किसी भौतिक समीकरण की सत्यता की जांच करना -

इसके अंतर्गत दी गई भौतिक समीकरण के दोनों ओर की विमायें लिखते हैं अगर यह विमायें आपस में बराबर आती है तो भौतिक समीकरण संतुलित (सही) होगा। अगर विमाएं बराबर नहीं आती है तो भौतिक समीकरण असंतुलित (गलत) होगा। आइए इसे उदाहरण द्वारा समझते हैं-

प्रशन- तरंग की चाल के सूत्र $V = \sqrt{\frac{T}{m}}$ की सत्यता की जांच कीजिए?

हल- प्रशन में T तनाव (बल) तथा m एकांक लंबाई का द्रव्यमान है।

सूत्र $V = \sqrt{\frac{T}{m}}$

दोनों ओर की विमायें लिखने पर

$[LT^{-1}] = \sqrt{\frac{[MLT^{-2}]}{[ML^{-1}]}}$

$[LT^{-1}] = \sqrt{[L^2T^{-2}]}$

$[LT^{-1}] = [LT^{-1}]$

अतः स्पष्ट है कि दोनों ओर की विमायें बराबर है इसलिए यह संतुलित (सत्य) है।

3. विभिन्न प्रकार की भौतिक राशियों में संबंध स्थापित करना।

इसमें हमें एक समीकरण दिया होता है और समीकरण की सभी राशियों के बारे में ज्ञात होता है कि यह किस-किस भौतिक राशि पर निर्भर करती है। तो हम विमीय संतुलन के द्वारा ही प्रस्तुत समीकरण में संबंध स्थापित कर सकते हैं। आइए इसे भी आंकिक द्वारा समझते हैं।

प्रशन- s = 1/2gt जहां s दूरी, g गुरुत्वीय त्वरण तथा t समय है विमीय विश्लेषण का विधि द्वारा सही समीकरण ज्ञात कीजिए?

हल- माना दूरी s, गुरुत्वीय त्वरण g की घात a तथा समय t की घात b पर निर्भर करती है तो

विमीय संतुलन विधि द्वारा समीकरण

$s = 1/2g^at^b$ समी. (1)

दोनों ओर की विमायें लिखने पर

$[L] = [LT^{-2}]^a\ [T]^b$

$[L] = [L^aT^{-2a}]\ [T^b]$

$[L] = [L^aT^{-2a+b}]$

घातों की तुलना करने पर

a = 1

$-2a + b = 0$

$b = 2$

अब $a = 1$, $b = 2$ के मान समी.① में रखने पर

$s = 1/2g^1t^2$

$s = 1/2gt^2$

सार्थक अंक

किसी भौतिक राशि की माप के अंक जो उस राशि को शुद्ध रूप में व्यक्त करते हैं उन्हें सार्थक अंक significant figures कहते हैं।
जैसे 3.21 में तीन सार्थक अंक हैं एवं 3.33 के बीच तीन सार्थक अंक हैं।

सार्थक अंक को प्राप्त करने के नियम

सार्थक अंकों को प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित नियम है जो नीचे दिए गए हैं -

1. किसी मापन का विभिन्न मात्रकों के परिवर्तन में सार्थक अंकों की संख्या अपरिवर्तित रहती है।
2. उदाहरण - लंबाई 2.804 सेमी में 4 सार्थक अंक हैं यदि इस राशि को मात्रकों 0.02804 मीटर, 28.04 मिलीमीटर या 28040 माइक्रोमीटर भी कर देते हैं लेकिन तब भी इसमें चार ही सार्थक अंक रहेंगे।
3. सार्थक अंकों की संख्या मापी गई राशि के मापक यंत्र की अल्पतमांक पर निर्भर करती है।
   उदाहरण - यदि किसी तार की लंबाई मीटर पैमाने पर 3.5 सेमी, वर्नियर कैलीपर्स में 3.52 सेमी तथा स्क्रूगेज में 2.520 सेमी मापी जाती है तो इसके सार्थक अंक क्रमशः 2, 3 तथा 4 होंगे।
4. दशमलव की स्थिति का सार्थक अंकों पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।
   उदाहरण - 4.52 सेमी या 45.2 मिलीमीटर 0.0452 मीटर तीनों में सार्थक अंकों की संख्या तीन ही है सार्थक अंकों पर दशमलव से कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।
5. दो अशून्य संख्या के बीच शून्य सार्थक अंक होता है।
   उदाहरण - 2.304 तथा 4035 तथा 4.209 इनमें चार सार्थक अंक हैं।
6. बिना दशमलव वाली संख्या के अनुगामी यह अंतिम के शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं।
   उदाहरण - 123 मीटर या 12300 सेमी या 123000 मिलीमीटर इनमें तीन ही सार्थक अंक हैं।
7. एक ऐसी संख्या जिसमें दशमलव हो तो अनुगामी शून्य सार्थक अंक होती है।
   उदाहरण - 4.700 मीटर, 470.0 सेमी, 0.004700 किलोमीटर में चार सार्थक अंक है।

8. दस की घात वाली संख्या सार्थक अंक पर निर्भर नहीं करती है। उदाहरण - 4.800 मीटर या 4.800×10^2 सेमी इनमें चार सार्थक अंक है।

9. एक से छोटी संख्या के शुरू में आने वाले शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं। उदाहरण - 0.1250 तथा 0.1025 इनमें चार सार्थक अंक है।

सार्थक अंक की पहचान करना

यहां हमने सार्थक अंक की पहचान करने के लिए कुछ बिंदु बनाए हैं जो निम्न प्रकार से हैं -

1. यदि किसी संख्या में शून्य नहीं है तो सभी अंक सार्थक अंक होंगे। जैसे - 6328, 2898 में चार सार्थक अंक होंगे।
2. दो अशून्य के बीच सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं। जैसे - 602.07 में पांच सार्थक अंक हैं यहां 6, 2 के बीच शून्य है एवं 2, 7 के बीच शून्य है।
3. दशमलव के बाद शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं। जैसे - 0.0062035 में पांच सार्थक अंक (6, 2, 0, 3, 5) हैं।
4. एक से बड़ी संख्या के बाद दशमलव के बाद शून्य सार्थक अंक होते हैं। जैसे - 6.007 तथा 60.07 में चार सार्थक अंक हैं।

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 35-37)

प्रश्न 1 रिक्त स्थान भरिए-

a. किसी 1cm भुजा वाले घन का आयतन.....m^3 के बराबर है।
b. किसी 2cm त्रिज्या व 10cm ऊँचाई वाले सिलिण्डर का पृष्ठ क्षेत्रफल.....$(mm)^2$ बराबर है।
c. कोई गाड़ी 18 kmem/h की चाल से चल रही है तो यह 1^s में....m चलती है।
d. सीसे का आपेक्षिक घनत्व 11.3 है। इसका घनत्व.......gcm^{-3} या .... kg m^{-3} है।

उत्तर-

a. किसी 1cm भुजा वाले घन का आयतन 10^{-6} m^3 के बराबर है।

स्पष्टीकरण:

∵ घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$ $=(1cm)^3$

$$= \left(\frac{1}{100}\mathrm{m}\right)^3$$

$$= (10^{-2}\mathrm{m})^3$$

$$\left[1\mathrm{cm} = \frac{1}{100} = 10^{-2}\mathrm{m}\right]$$

$$= 10^{-6}\mathrm{m}^3$$

b. किसी 2cm त्रिज्या व 10cm ऊँचाई वाले सिलिण्डर का पृष्ठ क्षेत्रफल 1.5 × 104 $(mm)^2$ बराबर है।

स्पष्टीकरण:

सिलिण्डर का पृष्ठ क्षेत्रफल = वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल + दोनों वृत्तीय सिरों का क्षेत्रफल

$$= 2\pi\mathrm{rh} + 2\pi\mathrm{r}^2$$

$$= 2\pi(\mathrm{h}+\mathrm{r})$$

$= 2 \times 3.14 \times 2cm(10cm + 2cm)$

$= 4 \times 3.14 \times 12cm^2 = 150.72cm^2$

$= 150.72 \times (10mm)^2$ ($\therefore 1cm = 10mm$)

$= 150.72 \times 100(mm)^2$

$= 1.5 \times 104(mm)^2$

c. कोई गाड़ी 18 kmem/ h की चाल से चल रही है तो यह 1s में 5 m चलती है।

स्पष्टीकरण:

गाड़ी की चाल = 18km/ h

$$= 18 \times \frac{5}{18} m/s = 5m/s^{-1}$$

∴ 1s में तय दूरी = चाल × समय = $5ms^{-1} \times 1s$

= 5m

d. सीसे का आपेक्षिक घनत्व 11.3 है। इसका घनत्व 11.3 gcm^{-3} या 1.13×104 kg m^{-3} है।

स्पष्टीकरण:

सीसे का घनत्व = सीसे का आपेक्षिक-घनत्व × जल का घनत्व

$= 11.3 \times 1g\ cm^{-3} = 11.3g\ cm^{-3}$

[∵ जल का घनत्व = 1g cm^{-3} या 10kg m^{-3}]

या सीसे का घनत्व = $11.3 \times 103kg\ m^{-3}$

$= 1.13 \times 104kg\ m^{-3}$

प्रश्न 2 रिक्त स्थानों को मात्रकों के उचित परिवर्तन द्वारा भरिए-

a. $1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$= ......$\text{g cm}^2 \text{ s}^{-2}$

b. 1 m = ... 1y

c. 3.0 m s^{-2} = ... km h^{-2}

d. $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm (kg)}^{-2}$ =........ $(\text{cm})^3 \text{ s}^{-2} \text{ g}^{-1}$

उत्तर-

a. $1\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 107 \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-2}$

स्पष्टीकरण:

$1\text{kg m}^2\text{s}^{-2} = 1\text{kg} \times 1\text{m}^2\text{s}^{-2}$

$= (1000\text{g}) \times (100 \text{ cm})^2 \times 1\text{s}^{-2}$

$= 1000 \times 10000 \text{ g (cm)}^2 \text{ s}^{-2}$

$= 107\text{g (cm)}^2 \text{ s}^{-2}$

b. 1m = **1.06×10^{-16}** 1y

स्पष्टीकरण:

$\because 1 \text{ ly} = 9.46 \times 10^{15}\text{m}$

$$\therefore 1\text{m} = \frac{1}{9.46 \times 10^{15}} 1\text{y}$$

$$= 106 \times 10^{-6} 1\text{y}$$

a. $3.0\text{m s}^{-2} = 3.9 \times 104 \text{ km h}^{-2}$

स्पष्टीकरण:

$$3.0\text{ms}^{-2} = 3.0\text{m} \times 1\text{s}^{-2}$$

$$= \frac{3.0\text{m}}{(1\text{s})^2}$$

$$= \frac{3.0\text{m}}{\left[\frac{1}{60 \times 60}\text{h}\right]^2}$$

$$= 3.0\text{m} \times (60 \times 60\text{h}^{-1})^2$$

$$= \frac{3.0}{1000}\text{km} \times 60 \times 60 \times 60 \times 60\text{h}^{-2}$$

$$= 3.9 \times 10^4 \text{ km h}^{-2}$$

b. G = 6.67×10^{-11} Nm $(kg)^{-2}$ = 6.67×10^{-8} $(cm)^3$ s^{-2} g^{-1}

स्पष्टीकरण:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 (kg)^{-2}$$
$$= 6.67 \times 10^{-11} N \times 1m^2 \times 1(kg)^{-2}$$
$$= (6.67 \times 10^{-11} kg\ m\ s^{-2}) \times 1m^2 \times \left(\frac{1}{kg}\right)^2$$
$$= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1}{kg} m^3 s^{-2}$$
$$= 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1}{1000g} \times (100cm)^3 \times s^{-2}$$
$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times (10^2)^3}{1000} (cm)^3 s^{-2} \times g^{-1}$$
$$= 6.67 \times 10^{-8} (cm)^3 s^{-2} g^{-1}$$

प्रश्न 3 ऊष्मा या ऊर्जा का मात्रक कैलोरी है और यह लगभग 4.2J के बराबर है, जहाँ 1J =1kg m^2 s^{-2} मान लीजिए कि हम मात्रकों की कोई ऐसी प्रणाली प्रयोग करते हैं जिसमें द्रव्यमान का मात्रक αkg के बराबर है, लम्बाई का मात्रक βm के बराबर है, समय का मात्रक γs के बराबर है तो यह प्रदर्शित कीजिए कि नए मात्रकों के पदों में कैलोरी का परिमाण $4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2$

उत्तर- 1 कैलोरी = 4.2.J = 4.2 kg-m^2S^{-2}

ऊर्जा का विमीय सूत्र = $[ML^2F^{-2}]$

माना दी गई दो मापन पद्धतियों में द्रव्यमान, लम्बाई तथा समय के मात्रक क्रमशः M_1, L_1, T_1, तथा M^2, L^2, T^2, हैं।

तब M_1 = 1kg, L_1 = 1m, T_1 = 1s

तब M_1 = 1kg, L_1 = 1m, T_1 = 1s

तथा $M_2 = \alpha kg, L_2 = \beta m, T_2 = \gamma s$

अतः $u_1 = \left[M_1 L_1^2 T_1^{-2}\right]$ $u_2 = \left[M_2 L_2^2 T_2^{-2}\right]$

n_1 = 4.2, n_2 = ?

∴ सूत्र $n_1u_1 = n_2u_2$ से, $n_2 = n_1 \frac{u_1}{u_2}$

अतः $n_2 = n_1\left[\frac{M_1}{M_2}\right]^1\left[\frac{L_1}{L_2}\right]^2\left[\frac{T_1}{T_2}\right]^{-2}$

$= 4.2\left[\frac{1\text{kg}}{\alpha\text{kg}}\right]^1 \times \left[\frac{1\text{m}}{\beta\text{m}}\right]^2 \times \left[\frac{1\text{s}}{\gamma\text{s}}\right]^{-2}$

$= 4.2 \times \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta}^2 \times \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{-2}$

$= 4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2$

अर्थात दूसरी पद्धति में कैलोरी का मान $4.2\alpha^{-1}\beta^{-2}\gamma^2$ है।

प्रश्न 4 इस कथन की स्पष्ट व्याख्या कीजिए : तुलना के मानक का विशेष उल्लेख किए बिना "किसी विमीय राशि को 'बड़ा या छोटा कहना अर्थहीन है।" इसे ध्यान में रखते हुए नीचे दिए गए कथनों को जहाँ कहीं भी आवश्यक हो, दूसरे शब्दों में व्यक्त कीजिए-

a. परमाणु बहुत छोटे पिण्ड होते हैं।
b. जेट वायुयान अत्यधिक गति से चलता है।
c. बृहस्पति का द्रव्यमान बहुत ही अधिक है।
d. इस कमरे के अन्दर वायु में अणुओं की संख्या बहुत अधिक है।
e. इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन से बहुत भारी होता है।
f. ध्वनि की गति प्रकाश की गति से बहुत ही कम होती है।

उत्तर-

सामान्यतया कहा जाता है कि परमाणु बहुत छोटा गोलीय पिण्ड है, परन्तु हम जानते हैं कि इलेक्ट्रॉन परमाणु से भी छोटा कण है, तब यह कहा जा सकता है कि इलेक्ट्रॉन की तुलना में परमाणु एक बड़ा पिण्ड है। इसके विपरीत क्रिकेट की गेंद की तुलना में परमाणु एक बहुत छोटा पिण्ड है। इस प्रकार हम देखते हैं कि परमाणु को किसी एक वस्तु की तुलना में बहुत छोटा कहा जा सकता है जबकि किसी अन्य वस्तु की तुलना में उसे बड़ा कहा जा सकता है। यही बात किसी विमीय राशि के विषय में भी लागू होती है। कोई विमीय राशि, किसी दूसरी समान विमीय राशि की तुलना में बड़ी हो सकती है जबकि किसी अन्य, समान विमीय राशि से छोटी हो सकती है। अत: किसी विमीय

राशि को छोटा या बड़ा कहना तब तक अर्थहीन है जब तक कि तुलना के मानक को स्पष्ट उल्लेख ने किया गया हो।

a. चीनी के एक दाने की तुलना में परमाणु बहुत छोटे पिण्ड होते हैं।
b. जेट वायुयान, रेलगाड़ी की तुलना में अत्यधिक गति से चलता है।
c. बृहस्पति का द्रव्यमान, पृथ्वी के द्रव्यमान की तुलना में बहुत ही अधिक है।
d. इस कमरे के अन्दर वायु में अणुओं की संख्या, एक ग्राम-अणु गैस में उपस्थित अणुओं की संख्या से बहुत अधिक है। कथनों तथा को बदलने की आवश्यकता नहीं है।

प्रश्न 5 लम्बाई का कोई ऐसा नया मात्रक चुना गया है जिसके अनुसार निर्वात में प्रकाश की चाल 1 है। लम्बाई के नए मात्रक के पदों में सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी कितनी है, प्रकाश इस दूरी को तय करने में 8 min और 20s लगाता है।

उत्तर- प्रकाश की चाल = 1 मात्रक S^{-1}

जबकि प्रकाश द्वारा लिया गया समय है t = 8 min 20s

= (8 × 60 + 20)s = 500s

∴ सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी = प्रकाश की चाल × लगा समय

= 1 मात्रक s^{-1} × 500s

= 500 मात्रक

प्रश्न 6 लम्बाई मापने के लिए निम्नलिखित में से कौन-सा सबसे परिशुद्ध यन्त्र है-

a. एक वर्नियर कैलीपर्स जिसके वर्नियर पैमाने पर 20 विभाजन हैं।
b. एक स्क्रूगेज जिसका चूड़ी अन्तराल 1mm और वृत्तीय पैमाने पर 100 विभाजन हैं।
c. कोई प्रकाशिक यन्त्र जो प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की सीमा के अन्दर लम्बाई माप सकता है।

उत्तर-

a.

$$\text{यहाँ वर्नियर कैलीपर्स का अल्पतमांक} = \frac{\text{मुख्य पैमाने के एक छोटे खाने का मान}}{\text{वर्नियर पैमाने पर विभाजनों की संख्या}}$$

$$= \frac{0.1cm}{20}$$

$$= 0.005cm$$

b.

$$\text{स्क्रूगेज का अल्पतमांक} = \frac{\text{चूड़ी अंतराल}}{\text{वर्तीय पैमाने पर विभाजनों की संख्या}}$$

$$= \frac{1mm}{100}$$

$$= 0.001cm$$

c. ∵ प्रकाशिक यन्त्र प्रकाश की तरंगदैर्ध्य (10^{-7}m की कोटि की) की सीमा के अन्दर लम्बाई माप सकता है। अत: इसका अल्पतमांक = 10^{-7}m = 10^{-5}cm

= 0.00001cm

∵ प्रकाशिक यन्त्र का अल्पतमांक सबसे कम है; अतः यह सर्वाधिक परिशुद्ध यन्त्र है।

प्रश्न 7 कोई छात्र 100 आवर्धन के एक सूक्ष्मदर्शी के द्वारा देखकर मनुष्य के बाल की मोटाई मापता है। वह 20 बार प्रेक्षण करता है और उसे ज्ञात होता है कि सूक्ष्मदर्शी के दृश्य क्षेत्र में बाल की औसत मोटाई 3.5mm है। बाल की मोटाई का अनुमान क्या है?

उत्तर-

$$\text{सूक्ष्मदर्शी का आवर्धन} = \frac{\text{सूक्ष्मदर्शी द्वारा मापी गई मोटाई}}{\text{वास्तविक मोटाई}}$$

$$\therefore \text{वास्तविक मोटाई} = \frac{3.5mm}{100} = 0.035mm$$

∴ बाल की मोटाई का = 0.035mm

प्रश्न 8 निम्नलिखित के उत्तर दीजिए-

a. आपको एक धागा और मीटर पैमाना दिया जाता है। आप धागे के व्यास का अनुमान किस प्रकार लगाएँगे?

b. एक स्क्रूगेज का चूड़ी अन्तराल 1.0mm है और उसके वृत्तीय पैमाने पर 200 विभाजन हैं। क्या आप यह सोचते हैं कि वृत्तीय पैमाने पर विभाजनों की संख्या स्वेच्छा से बढ़ा देने पर स्क्रूगेज की यथार्थता में वृद्धि करना संभव है?

c. वर्नियर कैलीपर्स द्वारा पीतल की किसी पतली छड़ का माध्य व्यास मापा जाना है। केवल 5 मापनों के समुच्चय की तुलना में व्यास के 100 मापनों के समुच्चय के द्वारा अधिक विश्वसनीय अनुमान प्राप्त होने की सम्भावना क्यों है?

उत्तर-

a. इसके लिए हम एक बेलनाकार छड के ऊपर धागे को इस प्रकार लपेटेंगे कि धागे के फेरे एक-दूसरे से सटे रहें। धागे के फेरों द्वारा घेरी गई छड़ की लम्बाई को मीटर पैमाने की सहायता से नाप लेंगे। अब लपेटे गए फेरों की संख्या n को गिन लिया जाएगा।

$$\text{तब धागे का व्यास} = \frac{\text{धागे के फेरों द्वारा घेरी गई छड़ की लम्बाई } (l)}{\text{फेरों की संख्या } (n)}$$

इस प्रकार धागे का व्यास ज्ञात हो जाएगा।

b.

$$\text{स्क्रूगेज का अल्पतमांक} = \frac{\text{चूड़ी अंतराल}}{\text{वर्त्तीय पैमाने पर विभाजनों की संख्या}}$$

उपर्युक्त सूत्र से स्पष्ट है की वृतीय पैमाने पर विभाजनो कि संख्या बढ़ाने से, स्क्रूगेज का अल्पतमांक काम होगा; अतः स्क्रूगेज की यथार्थता बढ़ेगी।

c. ∵ प्रेक्षणों की माध्य निरपेक्ष त्रुटि

$$\overline{\Delta \alpha} = \frac{|\Delta \alpha_1| + |\Delta \alpha_2| + ... + |\Delta \alpha_n|}{\text{प्रेक्षणों की संख्या (n)}}$$

इस सूत्र से स्पष्ट है कि प्रेक्षणों की संख्या के बढ़ने से माध्य निरपेक्ष त्रुटि घटेगी; अत: अधिक प्रेक्षणों द्वारा प्राप्त छड़ का माध्य व्यास अधिक विश्वसनीय होगा।

प्रश्न 9 किसी मकान का फोटोग्राफ 35mm स्लाइड पर 1.75 cm^2 क्षेत्र घेरता है। स्लाइड को किसी स्क्रीन पर प्रक्षेपित किया जाता है और स्क्रीन पर मकान का क्षेत्रफल 1.55m^2 है। प्रक्षेपित्र-परदा व्यवस्था का रेखीय आवर्धन क्या है?

उत्तर- स्लाइड पर मकान का क्षेत्रफल = 1.75cm^2

स्क्रीन पर मकान का क्षेत्रफल = 1.55m^2 = 1.55 (100cm)

= 1.55 × 10000cm^2

$$\therefore \text{ प्रक्षेपित्र परदा व्यवस्था का क्षेत्रीय आवर्धन} = \frac{\text{परदे पर मकान का क्षेत्रफल}}{\text{स्लाइड पर मकान का क्षेत्रफल}}$$

$$= \frac{1.55 \times 10000\text{cm}^2}{1.75\text{cm}^2} = 8857.14$$

$$\therefore \quad \text{रेखीय आवर्धन} = \sqrt{\text{क्षेत्रीय आवर्धन}}$$

$$= \sqrt{8857.14} = 94.1$$

प्रश्न 10 निम्नलिखित में सार्थक अंकों की संख्या लिखिए-

a. 0.007m^2
b. 2.64 × 1024kg
c. 0.2370cm^{-3}
d. 6.320J
e. 6.320Nm-2
f. 0.0006032m2

उत्तर-

a. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

0.007 में सार्थक अंक 1 है।

क्योंकि 1 से कम संख्या में दशमलव के दाईं ओर के पहले अशून्य अंक से पहले के शून्य सार्थक अंक नहीं होते हैं।

b. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

2.64 × 1024 में सार्थक अंक 3 हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक सार्थक अंक होते हैं तथा 10 की घातें सार्थक अंक नहीं होते हैं।

c. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

0.2370 में चार सार्थक अंक है। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दशमलव भाग में अंतिम अशून्य अंक के बाद के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं।

d. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

6.032J में चार सार्थक अंक है। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दशमलव भाग में अंतिम अशून्य अंक के बाद के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं।

e. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

6.032 में चार सार्थक अंक हैं। क्योंकि सभी अशून्य अंक तथा दो अशून्य अंको के बीच के सभी शून्य सार्थक अंक होते हैं। (कारण खण्ड 'c' की भाँति)।

f. दी गई राशियों में सार्थक अंकों की संख्या नीचे दी गई है

0.0006032 में सार्थक अंक 4 है। (कारण खण्ड 'a' की भाँति)

प्रश्न 11 धातु की किसी आयताकार शीट की लम्बाई, चौड़ाई व मोटाई क्रमशः 4,234m, 1.005m व 2.01cm है। उचित सार्थक अंकों तक इस शीट का पृष्ठीय क्षेत्रफल व आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

यहाँ लम्बाई l = 4.234m,

चौड़ाई b = 1.005m

मोटाई t = 2.01cm

= 0.0201m

स्पष्ट है कि लम्बाई व चौड़ाई में 4-4 सार्थक अंक हैं जबकि मोटाई में 3 सार्थक अंक हैं।

∴ पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन दोनों का अधिकतम 3 सार्थक अंकों में पूर्णांकन करना होगा।

अब शीट का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2 \times (lb + bt + tl)$

$= 2 \times [4.234 \times 1.005 + 1.005 \times 0.0201 + 0.0201 \times 4234]m^2$

$= 2 \times [4.25517 + 0.0202005 + 0.0851034]m^2$

$= 2 \times 4.3604739m = 8.7209478m = 8.72m^2$

जबकि शीट का आयतन = ल. × चौ. × ऊँ.

$= 4.234m \times 1.005m \times 0.0201m$

$= 0.085528917m^3$

$= 0.0855m^3$

प्रश्न 12 पंसारी की तुला द्वारा मापे गए डिब्बे का द्रव्यमान 2.30kg है। सोने के दो टुकड़े जिनका द्रव्यमान क्रमशः 20.15g व 20.17g है, डिब्बे में रखे जाते हैं

a. डिब्बे का कुल द्रव्यमान कितना है

b. उचित सार्थक अंकों तक टुकड़ों के द्रव्यमानों में कितना अन्तर है?

उत्तर- दिया है,

डिब्बे का द्रव्यमान (m) = 2.3kg

सोने के पहले टुकड़े का द्रव्यमान (m_1) = 20.15g = 0.02015kg

सोने के दूसरे टुकड़े का द्रव्यमान (m_2) = 20.17g= 0.02017kg

a. डिब्बे का कुल द्रव्यमान $(M) = m + m_1 + m_2$

$= 2.3 + 0.02015 + 0.02017$

$= 2.34032kg$

∵ डिब्बे के द्रव्यमान में सबसे कम दशमलव अंक अर्थात् केवल एक दशमलव अंक है। अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान में भी केवल एक दशमलव अंक होगा।

अतः डिब्बे के कुल द्रव्यमान का दशमलव के एक अंक तक पूर्णांकन करने पर,

डिब्बे का कुल द्रव्यमान (M) = 2.3kg

b. सोने के टुकड़ो के द्रव्यमानों में अंतर (Δm) = $m_2 - m_1 = 20.17 - 20.15 = 0.02g$

सोने के दोनों टुकड़ों के द्रव्यमानों में दो दशमलव अंक है इसलिये द्रव्यमानों के अचर के द्रव्यमानों के अन्तर के मान में भी दो दशमलव अंक होंगे।

अतः द्रव्यमानों के अन्तर का यह मान सही है।

प्रश्न 13 कोई भौतिक राशि P, चार प्रेक्षण-योग्य राशियों a, b,c तथा d से इस प्रकार संबंधित है-

$P = \frac{a^3b^2}{(\sqrt{cd})}$ a, b, c तथा d के मापने में प्रतिशत त्रुटियाँ क्रमशः 1%, 3%, 4% तथा 2% हैं। राशि P में प्रतिशत त्रुटि कितनी है? यदि उपर्युक्त सम्बन्ध का उपयोग करके P का परिकलित मान 3. 763 आता है तो आप परिणाम का किस मान तक निकटन करेंगे?

उत्तर-

$$\because P = \frac{a^3b^2}{(\sqrt{cd})}$$

∴ P के मान में प्रतिशत त्रुटि

$$= \frac{\Delta P}{P} \times 100 = 3 \times \frac{\Delta a}{a} \times 100 + 2 \times \frac{\Delta b}{b} \times 100$$

$$+ \frac{1}{2} \times \frac{\Delta c}{c} \times 100 + \frac{\Delta d}{d} \times 100$$

$$= 3 \times 1\% + 2 \times 3\% + \frac{1}{2} \times 4\% + 2\% = 13\%$$

$$\because \frac{\Delta P}{P} \times 100 = 13$$

$$\therefore \Delta P = \frac{13 \times P}{100}$$

$\therefore$ P के मान में त्रुटि

$$\Delta P = \frac{13 \times 3.763}{100} [\because P = 3.763]$$

$$= 0.4891$$

$= 0.489$ (उचित सार्थक अंको तक)

P के मान में त्रुटि 0.489 से स्पष्ट है कि P के मान में दशमलव के पहले स्थान पर स्थित अंक ही संदिग्ध है; अत: P के मान को दशमलव के दूसरे स्थान तक लिखना व्यर्थ है। अतः P के मान का. दशमलव के पहले स्थान तक पूर्णांकन करना होगा।

अतः P का निकटतम मान = 3.763 = 3.8

प्रश्न 14 किसी पुस्तक में, जिसमें छपाई की अनेक त्रुटियाँ हैं, आवर्त गति कर रहे किसी कण के विस्थापन के चार भिन्न सूत्र दिए गए हैं-

a. $y = a \sin \frac{2\pi t}{T}$
b. $y = a \sin vt$
c. $y = \left(\frac{a}{T}\right) \sin \frac{t}{a}$
d. $y = \left(a\sqrt{2}\right)\left[\sin \frac{2\pi t}{T} + \cos \frac{2\pi t}{T}\right]$

(a = कण का अधिकतम विस्थापन, v = कण की चाल, T = गति का आवर्तकाल)। विमीय आधारों पर गलत सूत्रों को निकाल दीजिए।

उत्तर-

विमाओं के समांगता के नियमानुसार, यदि किसी सम्बन्ध में सभी जोड़े या घटाये जाने वाले पदों की विमाएँ समान हैं तो सम्बन्ध सही है, और यदि नहीं तो सम्बन्ध सही नहीं है। प्रत्येक सम्बन्ध में बाएँ पक्ष की विमा [L] है, अतः दाएँ पक्ष की विमा भी [L] होनी चाहिए तथा त्रिकोणमीतिय फलनों का कोण विमाहीन होना चाहिए।

a. $\because \frac{2\pi t}{T}$ विमाहीन है, अतः दाएँ पक्ष की विमा = [L]

अतः यह सूत्र सही है।

b. दाएँ पक्ष की विमा = [L]sin [LT^{-1}][T] = [L]sin [L]

यहाँ कोण विमाहीन नहीं है। अतः यह सूत्र सही नहीं है।

c. दाएँ पक्ष की विमा $= \frac{[L]}{[L]} \sin \frac{[T]}{[L]} = \left[LT^{-1}\right] \sin \left[L^{-1}T\right]$

यहाँ कोण विमाहीन नहीं है, अतः यह सूत्र सही नहीं है।

d. दाएँ पक्ष की विमा $= [L]\left[\sin \frac{[T]}{[T]} + \cos \frac{[T]}{[T]}\right] = [L]$

$\because$ कोण विमाहीन तथा दाएँ पक्ष की विमा बाएँ पक्ष की विमा के बराबर है।

अतः यह सूत्र सही है।

प्रश्न 15 भौतिकी का एक प्रसिद्ध सम्बन्ध किसी कण के चल द्रव्यमान (moving mass) m, $\frac{t}{a}$ विराम द्रव्यमान (rest mass) m0, इसकी चाल ν और प्रकाश c की चाल के बीच है। (यह सम्बन्ध सबसे पहले अल्बर्ट आइन्स्टाइन के विशेष आपेक्षिकता के सिद्धान्त के परिणामस्वरूप उत्पन्न हुआ था।) कोई छात्र इस सम्बन्ध को लगभग सही याद करता है। लेकिन स्थिरांक c को लगाना भूल जाता है। वह लिखता है $m = \frac{m_0}{(1-v^2)^{\frac{1}{2}}}$ अनुमान लगाइए कि c कहाँ लगेगा?

उत्तर- दिया गया सम्बन्ध है।

$$m = \frac{m_0}{(1-v^2)^{\frac{1}{2}}}$$

या $(1 - v^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{m_0}{m}$

इस सम्बन्ध का दायाँ पक्ष विमाहीन है; अत: सूत्र के सही होने के लिए बायाँ पक्ष भी विमाहीन होना चाहिए जबकि ऐसा तभी हो पाएगा जबकि बायाँ पक्ष $(1-v^2)^{\frac{1}{2}}$ के स्थान पर $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ हो। अत: सही सूत्र होगा $m=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

प्रश्न 16 परमाण्विक पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक ऍंग्स्ट्रॉम है और इसे $\text{Å}\left(1\text{Å}=10^{-10}\text{m}\right)$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है। हाइड्रोजन के परमाणु का आमाप लगभग 0.5A है। हाइड्रोजन परमाणुओं के एक मोल का m' में कुल आण्विक आयतन कितना होगा?

उत्तर- हाइड्रोजन परमाणु की त्रिज्या,

r = 0.5A = 0.5 × 10^{-10} मीटर

प्रत्येक हाइड्रोजन परमाणु का आयतन $=\frac{4}{3}\pi r^3 m^3$

$=\frac{4}{3}\times 3.14\times(0.5\times 10^{-10})$

$=5.233\times 10^{-31}m^3$

आवोगाद्रो की परिकल्पना से,

हाइड्रोजन के 1 मोल में परमाणुओं की संख्या

N = 6.023 × 10^{23}

हाइड्रोजन परमाणु के 1 मोल के परमाणुओं का आयतन

V = N × v

= 6.023 × 10^{23} × 5.233 × 10^{-31}

= 3.15 × 10-7 मी^{3}

प्रश्न 17 किसी आदर्श गैस का एक मोल (ग्राम अणुक) मानक ताप व दाब पर 22.4L आयतन (ग्राम अणुक आयतन) घेरता है। हाइड्रोजन के ग्राम अणुक आयतन तथा उसके एक मोल के

परमाण्विक आयतन का अनुपात क्या है? (हाइड्रोजन के (की आमाप लगभग $1\mathring{A}$ मानिए)। यह अनुपात इतनी अधिक क्यों है?

उत्तर- एक मोल हाइड्रोजन गैस का आयतन = 22.4

L = 22.4×10^{-3} m^3

जबकि 1 मोल हाइड्रोजन गैस का परमाण्विक आयतन =3.15×10^{-7} m^3 (प्रश्न 16 के परिणाम से)

$$\therefore \frac{\text{1 मोल हाइड्रोजन गैस का आयतन}}{\text{1 मोल हाइड्रोजन गैस का परमाण्विक आयतन}}$$

$$= \frac{22.4 \times 10^{-3} m^3}{3.15 \times 10^{-7} m^3}$$

$$= 7.11 \times 10^4$$

अतः अभीष्ट अनुपात = $7.11 \times 10^4 : 1$

इसे अनुपात का मान इतना अधिक होने का अर्थ है कि गैस का आयतन उसमें उपस्थित अणुओं के वास्तविक आयतन की तुलना में बहुत अधिक होता है। इसका अन्य अर्थ यह है कि गैस के अणुओं के बीच बहुत अधिक खाली स्थान होता है।

प्रश्न 18 इस सामान्य प्रेक्षण की स्पष्ट व्याख्या कीजिए: यदि आप तीव्र गति से गतिमान किसी रेलगाड़ी की खिड़की से बाहर देखें तो समीप के पेड़, मकान आदि रेलगाड़ी की गति की विपरीत दिशा में तेजी से गति करते प्रतीत होते हैं, परन्तु दूरस्थ पिण्ड (पहाड़ियाँ, चन्द्रमा, तारे आदि) स्थिर प्रतीत होते हैं। (वास्तव में क्योंकि आपको ज्ञात है कि आप चल रहे हैं, इसलिए ये दूरस्थ वस्तुएँ आपको अपने साथ चलती हुई प्रतीत होती हैं।)

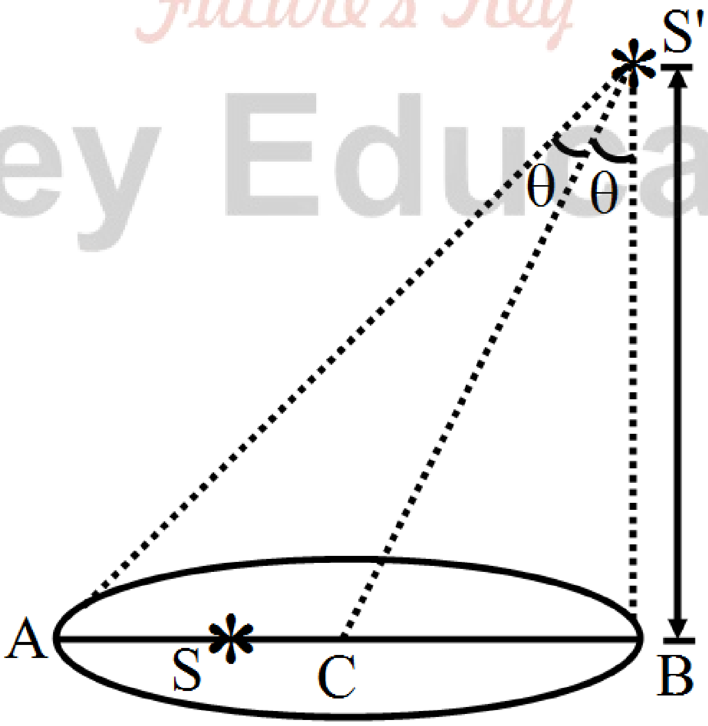
उत्तर- वस्तु को आँख से मिलाने वाली रेखा दृश्य रेखा (line of sight) कहलाती है। तीव्र गति से चलने वाली ट्रेन के बाहर स्थित किसी वस्तु का आपेक्षिक वेग तीव्र होगा या धीमा यह इस रेखा की कोणीय चाल पर निर्भर करता है। निकट स्थित वस्तुओं जैसे-पेड़, घर आदि की दृश्य रेखा कम

समय में बड़े कोण तय करती है, अतः वे विपरीत दिशा में तीव्र वेग से गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

बहुत दूर स्थित वस्तुएं जैसे- पहाड़, चन्द्रमा, तारें आदि की द्रश्य रेखा समान समय में छोटे कोण तय करती है अतः वे लगभग स्थिर प्रतीत होते हैं अर्थात् ट्रेन की गति की दिशा में गति करते हुए प्रतीत होते हैं।

प्रश्न 19 समीपी तारों की दूरियाँ ज्ञात करने के लिए लम्बन के सिद्धान्त का प्रयोग किया जाता है। सूर्य के परितः अपनी कक्षा में छः महीनों के अन्तराल पर पृथ्वी की अपनी, दो स्थानों को मिलाने वाली, आधार रेखा AB है। अर्थात आधार रेखा पृथ्वी की कक्षा के व्यास $\approx 3 \times 10^{11}$ के लगभग बराबर है। लेकिन चूंकि निकटतम तारे भी इतने अधिक दूर हैं। कि इतनी लम्बी आधार रेखा होने पर भी वे चाप के केवल 1″ (सेकण्ड, चाप का) की कोटि का लम्बन प्रदर्शित करते हैं। खगोलीय पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक पारसेक है। यह किसी पिण्ड की वह दूरी है जो पृथ्वी से सूर्य तक की दूरी के बराबर आधार रेखा के दो विपरीत किनारों से चाप के 1′ का लम्बन प्रदर्शित करती है। मीटरों में एक पारसेक कितना होता है?

उत्तर- पृथ्वी की अर्द्धदीर्घ अक्ष द्वारा तारे पर अन्तरित कोण को उस तारे का लम्बन (Parallax) θ कहते है



b = AB = आधार रेखा

= पृथ्वी की कक्षा का व्यास

लम्बन कोण $(\theta) = 1\mathrm{s} = \frac{1}{60}\mathrm{min}$

$= \frac{1^\circ}{60\times60} = \frac{1}{60\times60} \times \frac{\pi}{180}\mathrm{rad}$

$= 4.85 \times 10^{-6}\mathrm{rad}$

लम्बन विधि से $(\mathrm{l}) = \frac{\mathrm{b}}{2\theta}$

$= \frac{3\times10^{11}}{2\times4.85\times10^{-6}}$

$= 3.08 \times 10^{16}\mathrm{m}$

1 पारसेक $3.08 \times 10^{16}\mathrm{m}$

प्रश्न 20 हमारे सौर परिवार से निकटतम तारा 4.29 प्रकाश वर्ष दूर है। पारसेक में यह दूरी कितनी है? यह तारा (ऐल्फा सेटौरी नामक) तब कितना लम्बन प्रदर्शित करेगा जब इसे सूर्य के परितः अपनी कक्षा में पृथ्वी के दो स्थानों से जो छः महीने के अन्तराल पर हैं, देखा, जाएगा?

उत्तर-

दिया है, दूरी s = 4.29 प्रकाश वर्ष

= 4.29 × 9.46 × 10^{15} मीटर $\left(\because\right.$ 1 प्रकाश वर्ष = 9.46 × 10^{15} मीटर$\left.\right)$

परन्तु 1 पारसेक = 3.08 × 10^{16} मीटर

अतः दूरी $\mathrm{s} = \left[\frac{4.29\times9.46\times10^{15}}{3.08\times10^{16}}\right]$ पारसेक = 1.32 पारसेक

वांछित लम्बन = (2s) × चाप का 1 सेकण्ड

= 2 × 1.32 × चाप का 1 सेकण्ड

= 2.64 चाप का 1 सेकण्ड

प्रश्न 21 भौतिक राशियों का परिशुद्ध मापन विज्ञान की आवश्यकताएँ हैं। उदाहरण के लिए, किसी शत्रु के लड़ाकू जहाज की चाल सुनिश्चित करने के लिए बहुत ही छोटे समयान्तरालों पर इसकी स्थिति का पता लगाने की कोई यथार्थ विधि होनी चाहिए। द्वितीय विश्वयुद्ध में रेडार की खोज के पीछे वास्तविक प्रयोजन यही था। आधुनिक विज्ञानं के उन भिन्न उदाहरणों को सोचिए जिनमें लम्बाई, समय, द्रव्यमान आदि के परिशुद्ध मापन की आवश्यकता होती है। अन्य जिस किसी विषय में भी आप बता सकते हैं, परिशुद्धता की मात्रात्मक धारणा दीजिए।

उत्तर- **लम्बाई का मापन:** विभिन्न यौगिकों के क्रिस्टलों में परमाणुओं के बीच की दूरी का मापन करते समय लम्बाई के परिशुद्ध मापन की आवश्यकता होती है।।

समय का मापन: फोको की विधि द्वारा किसी माध्यम में प्रकाश की चाल ज्ञात करने के प्रयोग में समय के परिशुद्ध मापन की आवश्यकता होती है।

द्रव्यमान का मापन: द्रव्यमान स्पेक्ट्रमलेखी में परमाणुओं के द्रव्यमान का परिशुद्ध मापन किया जाता है।

प्रश्न 22 जिस प्रकार विज्ञान में परिशुद्ध मापन आवश्यक है, उसी प्रकार अल्पविकसित विचारों तथा सामान्य प्रेक्षणों को उपयोग करने वाली राशियों के स्थूल आकलन कर सकना भी उतना ही महत्त्वपूर्ण है। उन उपायों को सोचिए जिनके द्वारा आप निम्नलिखित का अनुमान लगा सकते हैं- (जहाँ अनुमान लगाना कठिन है वहाँ राशि की उपरिसीमा पता लगाने का प्रयास कीजिए)

a. मानसून की अवधि में भारत के ऊपर वर्षाधारी मेघों का कुल द्रव्यमान।
b. किसी हाथी का द्रव्यमान।
c. किसी तूफान की अवधि में वायु की चाल।
d. आपके सिर के बालों की संख्या।
e. आपकी कक्षा के कमरे में वायु के अणुओं की संख्या।

उत्तर-

a. सर्वप्रथम मौसम विभाग से पूरे भारत में हुई कुल वर्षा की माप की जानकारी लेंगे और वर्षा जल के आयतन को जल के घनत्व से गुणा करके वर्षा जल के द्रव्यमान की गणना कर लेंगे। इससे मेघों का द्रव्यमान ज्ञात हो जाएगा।

b. ट्रक आदि का द्रव्यमान मापने वाले काँटे पर खड़ा करके हाथी को द्रव्यमान ज्ञात किया जा सकता है।

c. किसी तूफान की अवधि में वायु द्वारा उत्पन्न दाब को मापकर, वायु की चाल का आकलन किया जा सकता है।

d. सिर के $1cm^2$ क्षेत्रफल में स्थित बालों को गिन लिया जाएगा। तत्पश्चात् सिर के क्षेत्रफल का आकलन करके इस क्षेत्रफल से $1cm^2$ क्षेत्रफल में स्थित बालों की संख्या को गुणा करके सिर के बालों की संख्या का आकलन किया जा सकता है।

e. कक्षा के कमरे में उपस्थित वायु का घनत्व नापकर $1cm^3$ आयतन में उपस्थित अणुओं की संख्या की गणना की जा सकती है। तत्पश्चात् कमरे के आयतन से गुणा करके कक्षा के कमरे में उपस्थित वायु के अणुओं की गणना की जा सकती है।

प्रश्न 23 सूर्य एक ऊष्म प्लैज्मा (आयनीकृत पदार्थ) है जिसके आन्तरिक क्रोड का ताप 107K से अधिक और बाह्य पृष्ठ का ताप लगभग 6000K है। इतने अधिक ताप पर कोई भी पदार्थ ठोस या तरल प्रावस्था में नहीं रह सकता। आपको सूर्य का द्रव्यमान घनत्व किस परिसर में होने की आशा है? क्या यह ठोसों, तरलों या गैसों के घनत्वों के परिसर में है? क्या आपका अनुमान सही है, इसकी जाँच आप निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर कर सकते हैं- सूर्य का द्रव्यमान = 2.0×10^{30}kg सूर्य की त्रिज्या = 7.0×10^8m.

उत्तर-

यहाँ द्रव्यमान M = 2.0×10^{30}kg व त्रिज्या r = $7.0 \times .10^8$m

$\therefore$ सूर्य का आयतन $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7.0 \times 10^8 m)^3$

$= \frac{4 \times 22 \times 7.0 \times 7.0 \times 10^{24}}{3} m^3$

$= 1.44 \times 10^{27} m^3$

$\therefore$ सूर्य का घनत्व = $\frac{\text{द्रव्यमान (M)}}{\text{आयतन (V)}}$

$$= \frac{2.0\times10^{30}\,\text{kg}}{1.44\times10^{27}\,\text{m}^3}$$

$$= 1.39\times10^3\text{kg/ m}^3 = 1.4\times10^3\text{kg/ m}^3$$

सूर्य का द्रव्यमान घनत्व द्रव/ ठोस के घनत्व परिसर में होता है।

प्रश्न 24 जब बृहस्पति ग्रह पृथ्वी से 8247 लाख किलोमीटर दूर होता है तो इसके व्यास की कोणीय माप 35.72′ का चाप है। बृहस्पति का व्यास परिकलित कीजिए।

उत्तर-

दिया है, बृहस्पति ग्रह की पृथ्वी से दूरी

s = 8247 लाख किलोमीटर = 8247 × 10^5 किमी

व्यास का कोणीय माप $\theta = 35.72 = \frac{35.72}{60\times60}\times\frac{\pi}{180}$ रेडियन

$$\because \theta = \frac{b}{s}$$

$\therefore$ व्यास $b = s\times\theta$

$$= \left[8247\times10^5\times\frac{35.72\times\pi}{60\times60\times180}\right]\text{ किमी}$$

$$= \left[\frac{8247\times3572\times10^{-2}\times314}{36\times18}\right]\text{ किमी}$$

$$= 1.43\times10^5\text{ किमी}$$

$$= 1.43\times10^8\text{ मी}$$

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 38)

प्रश्न 25 वर्षा के समय में कोई व्यक्ति चाल) के साथ तेजी से चला जा रहा है। उसे अपने छाते को टेढ़ा करके ऊर्ध्व के साथ 8 कोण बनाना पड़ता है। कोई विद्यार्थी कोण 8 व 9 के बीच निम्नलिखित सम्बन्ध व्युत्पन्न करता है- tanθ = v और वह इस सम्बन्ध के औचित्य की सीमा पता लगाता है:

जैसी कि आशा की जाती है। यदि v → 0 तो θ → 0(हम यह मान रहे हैं कि तेज हवा नहीं चल रही है और किसी खड़े व्यक्ति के लिए वर्षा ऊध्वधरतः पड़ रही है)। क्या आप सोचते हैं कि यह सम्बन्ध सही हो सकता है? यदि ऐसा नहीं है तो सही सम्बन्ध का अनुमान लगाइए।

उत्तर- दिए गए सम्बन्ध में,

बाएँ पक्ष की विमाएँ = $[L^{\circ}]$

$$\left[\because\ \tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{[L]}{[L]} = [L^0]\right]$$

जबकि दाएँ पक्ष की विमाएँ = $[LT^{-1}]$

मनुष्य द्वारा व्युत्पन्न सम्बन्ध, $\tan\theta = v$

इस सम्बन्ध का बायाँ पक्ष विमाहीन है, क्योंकि यह एक त्रिकोणमीतिय फलन है

इस सम्बन्ध के दाएँ पक्ष की विमा = $[LT^{-1}]$

सम्बन्ध के बाएँ पक्ष की विमा दाएँ पक्ष की विमा के बराबर नहीं है अतः यह सम्बन्ध सही नहीं है

विमाहीन होने के लिए दायाँ पक्ष $\frac{u}{v}$ होना चाहिए।

अतः सही सम्बन्ध $\tan\theta = \frac{u}{v}$ हैं।

प्रश्न 26 यह दावा किया जाता है कि यदि बिना किसी बाधा के 100 वर्षों तक दो सीजियम घड़ियों को चलने दिया जाए तो उनके समयों में केवल 0.02s का अन्तर हो सकता है। मानक सीजियम घड़ी द्वारा 1s के समय अन्तराल को मापने में यथार्थता के लिए इसका क्या अभिप्राय है?

उत्तर-

कुल समय = 100 वर्ष, T = 100 × 365 × 24 × 60 × 60s

100 वर्ष के अन्तराल में त्रुटि $\Delta T = 0.02s$

कुल समय = 100 वर्ष, T = 100 × 365 × 24 × 60 × 60s

100 वर्ष के अन्तराल में त्रुटि $\Delta T = 0.02s$

$\therefore$ 1s के मापन में त्रुटि $= \frac{\Delta T}{T}$

$= \frac{0.2s}{100\times365\times24\times60\times60s}$

$= 6.34 \times 10^{-12} \approx 10 \times 10^{-12} = \frac{1}{10^{11}}$

अतः सीजियम घड़ी द्वारा 1s के मापन में, 10^{11} में से 1 भाग की परिशुद्धता है।

प्रश्न 27 एक सोडियम परमाणु का आमाप लगभग 2.5A° मानते हुए उसके माध्य द्रव्यमान घनत्व का अनुमान लगाइए। (सोडियम के परमाणवीय द्रव्यमान तथा आवोगाद्रो संख्या के ज्ञात मान का प्रयोग कीजिए)। इस घनत्व की क्रिस्टलीय प्रावस्था में सोडियम के घनत्व 970kg m^{-3} के साथ तुलना कीजिए। क्या इन दोनों घनत्वों के परिमाण की कोटि समान है? यदि हाँ, तो क्यों?

उत्तर-

सोडियम परमाणु का आमाप (त्रिज्या) $= 2.5\mathring{A}$ = 2.5 × 10^{-10}m

सोडियम का ग्राम परमाणु भार = 23g= 23 × 10^{-3}kg

एक ग्राम परमाणु में परमाणुओं की संख्या 6.023 × 10^{23} होती है।

$\therefore$ सोडियम के एक परमाण का द्रव्यमान $= \frac{23\times10^{-3}kg}{6.023\times10^{23}}$

$= 3.82 \times 10^{-26} kg$

एक परमाणु का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (2.5 \times 10^{-10} m)^3$

$= 65.42 \times 10^{-30} m^3$

$\therefore$ सोडियम परमाणु का द्रव्यमान घनत्व $= \dfrac{\text{एक परमाणु का द्रव्यमान}}{\text{एक परमाणु का आयतन}}$

$$= \frac{3.82 \times 10^{-26} \text{kg}}{65.42 \times 10^{-30} \text{m}^3}$$

$$= 0.584 \times 10^3 \text{kg}/\text{m}^3$$

$$= 584 \text{kg}/\text{m}^3$$

क्रिस्टलीय अवस्था में सोडियम का घनत्व = 970kg/ m

$= 9.7 \times 10 \text{kg}/\text{m}^3$

स्पष्ट है कि परमाणु का द्रव्यमान घनत्व तथा ठोस प्रावस्था में सोडियम का घनत्व दोनों 103 की कोटि के हैं। इसका अर्थ यह है कि ठोस प्रावस्था में परमाणुओं के बीच खाली स्थान नगण्य होता है, अर्थात् ठोस प्रावस्था में परमाणु दृढ़तापूर्वक संकुलित होते हैं।

प्रश्न 28 नाभिकीय पैमाने पर लम्बाई का सुविधाजनक मात्रक फर्मी है-(1f = 10^{-15m})।

नाभिकीय आमाप लगभग निम्नलिखित आनुभविक सम्बन्ध का पालन करते हैं $r = r_{0A}^{\frac{1}{3}}$ जहाँ नाभिक की त्रिज्या,A इसकी द्रव्यमान संख्या और r0 कोई स्थिरांक है जो लगभग 1.2f के बराबर है। यह प्रदर्शित कीजिए कि इस नियम का अर्थ है कि विभिन्न नाभिकों के लिए नाभिकीय द्रव्यमान घनत्व लगभग स्थिर है। सोडियम नाभिक के द्रव्यमान घनत्व का आकलन कीजिए। प्रश्न 27 में ज्ञात किए गए सोडियम परमाणु के माध्य द्रव्यमान घनत्व के साथ इसकी तुलना कीजिए।

उत्तर-

माना किसी नाभिक की द्रव्यमान संख्या A है तथा प्रत्येक न्यूक्लिऑन (न्यूट्रॉन तथा प्रोटॉन) का द्रव्यमान m_0 (नियतांक) है।

तब नाभिक का द्रव्यमान $m = Am_0$

तब नाभिक की त्रिज्या $r = r_0 A^{v3}$

$\therefore$ नाभिक का आयतन $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi\left(r_0 A^{v3}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$$

$\therefore$ नाभिक का द्रव्यमान घनत्व $= \frac{\text{द्रव्यमान}}{\text{आयतन}}$

$\because$ नाभिक का द्रव्यमान घनत्व, उसकी द्रव्यमान संख्या A से मुक्त है। इसका अर्थ यह है कि सभी नाभिकों के द्रव्यमान घनत्व लगभग स्थिर हैं।

पुन: प्रत्येक न्यूक्लिऑन का द्रव्यमान $m_0 = 1.66 \times 10^{-27}$kg

तथा $r_0 = 1.2f = 1.2 \times 10^{-15}$m

$\therefore$ सोडियम नाभिक का द्रव्यमान घनत्व $= \frac{3m_0}{4\pi r_0^3}$

$$= \frac{3 \times 1.66 \times 10^{-27}\text{kg}}{4 \times 3.14 \times (1.2 \times 10^{-15}\text{m})^3}$$

$$= 2.29 \times 10^{17}\text{kg m}^{-3}$$

प्रश्न 27 के परिणाम से,

सोडियम परमाणु का माध्य घनत्व = 5.84 × 10kg m^{-3}

$\therefore \frac{\text{नाभिक का घनत्व}}{\text{परमाणु का घनत्व}}$

$$= \frac{2.29 \times 10^{17}}{5.84 \times 10^2} = 0.39 \times 10^{15} \approx 10^{15}$$

अर्थात् सोडियम नाभिक का घनत्व उसके परमाणु के घनत्व से लगभग 1015 गुना अधिक है। इसका अर्थ यह है कि परमाणु का अधिकांश भाग खोखला है तथा उसका अधिकांश द्रव्यमान उसके नाभिक में निहित है।

प्रश्न 29 लेसर (LASER), प्रकाश के अत्यधिक तीव्र, एकवर्णी तथा एकदिश किरण-पुंज का स्रोत है। लेसर के इन गुणों का लम्बी दूरियाँ मापने में उपयोग किया जाता है। लेसर को प्रकाश के स्रोत

के रूप में उपयोग करते हुए पहले ही चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी परिशुद्धता के साथ ज्ञात की जा चुकी है। कोई लेसर प्रकाश किरण-पुंज चन्द्रमा के पृष्ठ से परावर्तित होकर 2.56s में वापस आ जाता है। पृथ्वी के परितः चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या कितनी है?

उत्तर- पृथ्वी के परितः चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या अर्थात् पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी-

$$d = \frac{c \times t}{2}$$

$$= \frac{\left(3 \times 10^{8 m/s}\right)(2.56 s)}{2} = 3.84 \times 10^{8m}$$

प्रश्न 30 जल के नीचे वस्तुओं को ढूंढने व उनके स्थान का पता लगाने के लिए सोनार (SONAR) में पराश्रव्य तरंगों का प्रयोग होता है। कोई पनडुब्बी सोनार से सुसज्जित है। इसके द्वारा जनित अन्वेषी तरंग और शत्रु की पनडुब्बी से परावर्तित इसकी प्रतिध्वनि की प्राप्ति के बीच काल विलम्ब 77.0s है। शत्रु की पनडुब्बी कितनी दूर है? (जल में ध्वनि की चाल = 1450m s^{-1})

उत्तर-

दिया है

v = 1450 मी/ से तथा t = 77.0 सेकण्ड

$\therefore$ पनडुब्बी की दुरी $d = \frac{v \times t}{2}$

$$= \frac{(1450 m/s) \times (77.0 s)}{2}$$

$$= 55825 m$$

$= 55.825m$ किमी

प्रश्न 31 हमारे विश्व में आधुनिक खगोलविदों द्वारा खोजे गए सर्वाधिक दूरस्थ पिण्ड इतनी दूर हैं। कि उनके द्वारा उत्सर्जित प्रकाश को पृथ्वी तक पहुँचने में अरबों वर्ष लगते हैं। इन पिण्डों (जिन्हें क्वासर Quasar' कहा जाता है) के कई रहस्यमय लक्षण हैं जिनकी अभी तक सन्तोषजनक व्याख्या नहीं की जा सकी है। किसी ऐसे क्वासर की km में दूरी ज्ञात कीजिए जिससे उत्सर्जित प्रकाश को हम तक पहुँचने में 300 करोड़ वर्ष लगते हों।

उत्तर- दिया है,

t = 3 × 10 वर्ष = $3 \times 10^9 \times 365.25 \times 24 \times 60 \times 60$

प्रकाश का वेग c = 3×10^5 किमी/ सेकण्ड

∴ दूरी (d) = $c \times t = 3 \times 10^9 \times 3 \times 10^9 \times 365.25 \times 24 \times 60 \times 60$

= 2840184×10^{16} किमी

= 284×10^{22} किमी

प्रश्न 32 यह एक विख्यात तथ्य है कि पूर्ण सूर्यग्रहण की अवधि में चन्द्रमा की चक्रिका सूर्य की चक्रिका को पूरी तरह ढक लेती है। चन्द्रमा का लगभग व्यास ज्ञात कीजिए।

(पृथ्वी से चन्द्रमा की दूरी = 3.84×10^8m सूर्य का कोणीय व्यास = 1920′)

उत्तर-

माना कि चन्द्रमा का कोणीय व्यास = d

जबकि चन्द्रमा की पृथ्वी से दूरी = 3.84×10^8m

∴ चन्द्रमा का कोणीय व्यास $\theta = \frac{d}{a}$

$= \frac{d}{3.84 \times 10^8}$ rad

$= \frac{d}{3.84 \times 10^8} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60s$

∵ चन्द्रमा की चक्रिका, सूर्य की चक्रिका को पूरी तरह ढक लेती है, इसका अर्थ है कि चन्द्रमा तथा सूर्य दोनों के कोणीय व्यास बराबर होंगे।

$\therefore = \frac{d}{3.84 \times 10^8} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 = 1920$

अतः

$$d = \frac{1920 \times 3.84 \times 10^8 \times \pi}{180 \times 60 \times 60} m$$

$= 3.573 \times 10^6 m$

∴ चन्द्रमा का व्यास = 3.573×10^3km =3573km

प्रश्न 33 इस शताब्दी के एक महान भौतिकविद् (पी.ए.एम.डिरैक) प्रकृति के मूल स्थिरांकों (नियतांकों) के आंकिक मानों के साथ क्रीड़ा में आनन्द लेते थे। इससे उन्होंने एक बहुत ही रोचक प्रेक्षण किया। परमाणवीय भौतिकी के मूल नियतांकों (जैसे इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, प्रोटॉन का द्रव्यमान तथा गुरुत्वीय नियतांक G) से उन्हें पता लगा कि वे एक ऐसी संख्या पर पहुँच गए हैं जिसकी विमा समय की विमा है। साथ ही, यह एक बहुत ही बड़ी संख्या थी और इसका परिमाण विश्व की वर्तमान आकलित आयु (~1500 करोड़ वर्ष) के करीब है। इस पुस्तक में दी गई मूल नियतांकों की सारणी के आधार पर यह देखने का प्रयास कीजिए कि क्या आप भी यह संख्या (या और कोई अन्य रोचक संख्या जिसे आप सोच सकते हैं) बना, सकते हैं? यदि विश्व की आयु तथा इस संख्या में समानता महत्त्वपूर्ण है तो मूल नियतांकों की स्थिरता किस प्रकार प्रभावित होगी?

उत्तर-

निर्वात का परावैद्युतांक $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \mathrm{c}^2 \mathrm{m}^{-2} \mathrm{N}^{-1}$

तथा निर्वात की चुम्बकशीलता $\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \mathrm{N\ amp}^{-2}$

$$\therefore \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{1}{1.257 \times 10^{-6} \mathrm{N\ amp}^{-2} \times 8.854 \times 10^{-12} \mathrm{c}^2 \mathrm{m}^{-2} \mathrm{N}^{-1}}$$

$$= \frac{100 \times 10^{16}}{11.12} \mathrm{m}^2 \mathrm{s}^{-2}$$

$$= 8.99 \times 10^{16} \mathrm{m}^2 \mathrm{s}^{-2}$$

$\therefore$ वर्गमूल लेने पर,

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}} = 2.99 \times 10^8 \mathrm{m\ s}^{-1} \approx 3 \times 10^8 \mathrm{m\ s}^{-1}$$ = प्रकाश की चाल

इस प्रकार $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \times \epsilon_0}}$ की विमा, चाल की विमा के समान है

तथा आंकिक मान निर्वात में प्रकाश की चाल के बराबर है।